МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ

ГБПОУ РО ПУ №85

«Согласовано»
Председатель МК
____

«Утверждено»
Зам. директора по УПР
___________М.Н. Лосева

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ
для проведения контрольных работ
по профессиям: «Тракторист-машинист сельскохозяйственного производства»,
Повар, кондитер
по учебной дисциплине «Математика»

Преподаватель: Лосева М.Н.

Средний Егорлык
2018 г.

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема **Входная контрольная работа**
ВАРИАНТ №1

А1. Решить уравнение x (x - 5) = - 4
А2. Решите неравенство 6x – 3 < - 17 – (- x – 5)
А3. Вычислить $\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right):(1-0{,}2)-3\frac{23}{24}$.

А4.Представить в виде степени и найти значение выражения $\frac{a^5\cdot a^{-8}}{a^{-2}}$ при a = 6.

А5. Построить график функции y = 2x + 1.

x	0	1
y	1	3

В6. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10 см, а один из катетов 6 см. Найти второй катет.
В7. Банк выплачивает ежегодно 8% от суммы вклада. Какой станет сумма через год, если первоначальный вклад составлял 7600 рублей?

С8.Упростить выражение $\frac{a}{a-b}-\frac{a-b}{a+b}$.

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема **Входная контрольная работа**
ВАРИАНТ №2

А1. Решить уравнение x (x - 4) = - 3
А2. Решите неравенство 5 · (x + 4) < 2 · (4x – 5)
А3. Вычислить $\left(\frac{5}{7}:\frac{2}{3}-\frac{1}{\frac{4}{3}-\frac{2}{5}}\right):\frac{8}{11}+1$.

А4.Представить в виде степени и найти значение выражения $\frac{c^7\cdot c^{-3}}{c^6}$ при c = 4.

А5. Построить график функции y = - 2x + 1.

x	0	1
y	1	-1

В6. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10 см, а один из катетов 8 см. Найти второй катет.
В7. Банк выплачивает ежегодно 8% от суммы вклада. Какой станет сумма через год, если первоначальный вклад составлял 8600 рублей?

С8.Упростить выражение $\frac{x-y}{x+y}-\frac{y}{x-y}$.

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
ВАРИАНТ №1
Тема **Входная контрольная работа**

Вариант I
А1. Решить уравнение $x(x - 5) = -4$
Решение:
$x(x-5)=-4$
$x^2-5x=-4$ (1 балл)
$x^2-5x+4=0$
$D=25-9=16$
$x_1=1$
$x_2=4$ (2 балла)
А2. Решите неравенство $6x - 3 < -17 - (-x - 5)$
Решение:
$6x-3 < -17 - (-x-5)$
$6x-3 < -17+x+5$
$6x-x < -12+3$
$5x < -9$
$x < -9/5$
$x < -1,8$ (2 балла)

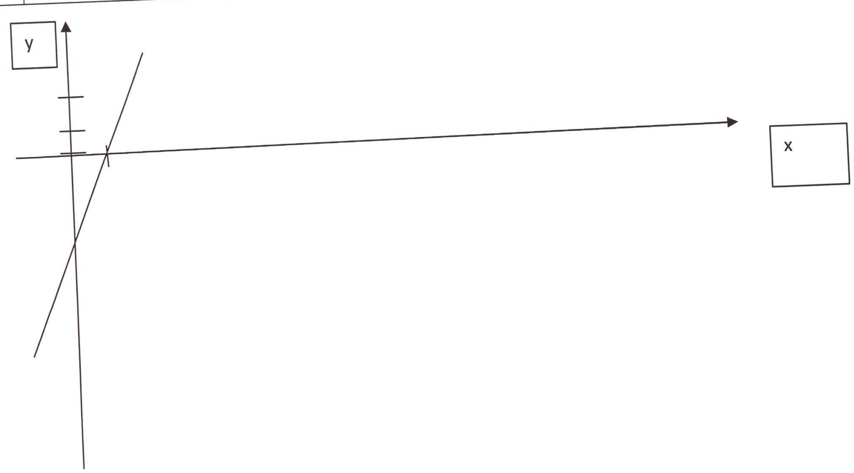
А3. Вычислить $\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{6}\right):(1-0,2)-3\frac{23}{24}$.

Решение:
1) $\frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{1}{30}$ (1 балл)
2) $1-0,2=0,8$ (1 балл)
3) $\frac{1}{30}:\frac{4}{5}=\frac{1}{24}$ (1 балл)
4) $\frac{1}{24}-\frac{95}{24}=-3\frac{11}{12}$ (1 балл) Всего: 4 балла.

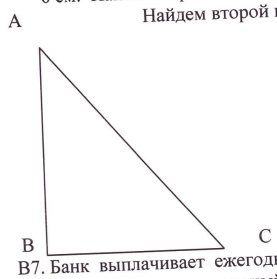
А4.Представить в виде степени и найти значение выражения $\frac{a^5 \cdot a^{-8}}{a^{-2}}$ при $a = 6$.

Решение: $\frac{a^{-3}}{a^{-2}}=a^{-1}=6^{-1}=\frac{1}{6}$ (2 балла)
А5. Построить график функции $y = 2x + 1$.
(1 балл)

x	0	1
y	1	3



(1 балл)
Всего: 2 балла
В6. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10 см, а один из катетов 6 см. Найти второй катет.



Найдем второй катет по теореме Пифагора: $c^2 = a^2 + b^2$ (1 балл)

$BC^2 = AC^2 + AB^2$

$AB^2 = BC^2 - AC^2$

$AB^2 = 100 - 36$

$AB^2 = 64$

AB = 8 см (2 балла)

Всего: 3 балла

В7. Банк выплачивает ежегодно 8% от суммы вклада. Какой станет сумма через год, если первоначальный вклад составлял 7600 рублей?
Изначальная сумма вклада составляет 7 600 , нам надо узнать, сколько стоит 1 % , для этого нам нужно
7 600 : 100 % = 76 рублей стоит 1 % (1 балл)
Теперь нам надо узнать сколько будет стоить 8 % годовых
76 * 8 % = 608 рублей (1 балл)
Теперь , чтобы узнать сколько будет сумма годовая с процентами мы сложим все
7 600 + 608 = 8 208 рублей - сумма которая будет через год с процентами (1 балл)
Всего: 3 балла

С8.Упростить выражение $\dfrac{a}{a-b} - \dfrac{a-b}{a+b}$.

Решение: $\frac{a^2+ab-a^2+ab+ab-b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{3ab-b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{b(3a-b)}{a^2-b^2}$ (3 балла)

Входная контрольная работа

Вариант II

А1. Решить уравнение x (x - 4) = - 3
Решение:

$x^2 - 4x = -3$ (1 балл)

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$x_1 + x_2 = 4$

$x_1 \times x_2 = 3$

$x_1 = 1$

$x_2 = 3$ (2 балла)

А2. Решите неравенство $5 \cdot (x + 4) < 2 \cdot (4x - 5)$
Решение:
5(x+4)<2(4x-5)
5x+20< 8x -10
-3x<-30
x>10 (2 балла)

А3. Вычислить $\left(\dfrac{5}{7} : \dfrac{2}{3} - \dfrac{1}{\frac{4}{3} - \frac{2}{5}}\right) : \dfrac{8}{11} + 1$.

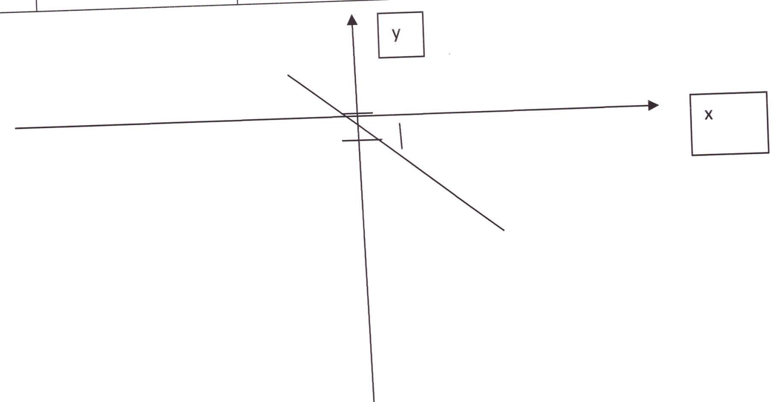
Решение:
1) $\frac{5}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{14}$ (1 балл)
2) $\frac{4}{3} - \frac{2}{5} = \frac{14}{15}$ (1 балл)
3) $\frac{1}{1} : \frac{14}{15} = \frac{15}{14}$ (1 балл)
4) $\frac{15}{14} - \frac{15}{14} = 0$
5) $0 : \frac{8}{11} = 0$
6) 0+1=1 (1 балл) Всего: 4 балла.

A4.Представить в виде степени и найти значение выражения $\dfrac{c^7 \cdot c^{-3}}{c^6}$ при $c = 4$.

Решение: $\frac{c^4}{c^6} = c^{-2} = 4^{-2} = \frac{1}{16}$ (2 балла)

A5. Построить график функции $y = -2x + 1$.

x	0	1
y	1	-1



B6. В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10 см, а один из катетов 8 см. Найти второй катет.

В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна 10 см, а один из катетов 6 см. Найти второй катет.

A

Найдем второй катет по теореме Пифагора: $c^2 = a^2 + b^2$ (1 балл)

$BC^2 = AC^2 + AB^2$

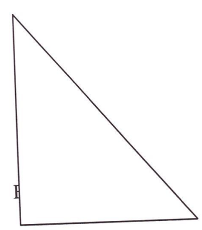
$AB^2 = BC^2 - AC^2$

$AB^2 = 100 - 64$

$AB^2 = 36$

AB = 6 см (2 балла)

Всего: 3 балла



C

B7. Банк выплачивает ежегодно 8% от суммы вклада. Какой станет сумма через год, если первоначальный вклад составлял 8600 рублей?

8%=0,08

8600*0,08=688

8600+688=9288

ИЛИ

8600*1,08=9288 (рублей) станет сумма через год.

Ответ:

C8.Упростить выражение $\dfrac{x-y}{x+y} - \dfrac{y}{x-y}$.

Решение: $\frac{a^2-xy-xy+y^2-xy-y^2}{(x-y)(x+y)} = \frac{x^2-3xy}{(x-y)(x+y)} = \frac{x(x-3y)}{x^2-y^2}$ (3 балла)

ОБЪЕКТЫ КОНТРОЛЯ

Тема **АЛГЕБРА**

№	**Результаты обучения**	УУ	Количество сущ. операций	
			1.вар	2 вар.
1.	Записывать корень n-й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот.	2	3	3
2.	Решать иррациональные уравнения.	2	2	2
3.	Вычислять степени с рациональным показателем	2	2	2
4.	Выполнять расчеты по формулам, содержащим радикалы, осуществляя необходимые подстановки и преобразования.	2	3	3
5.	Записывать корень n-й степени в виде степени с дробным показателем и наоборот.	2	3	3
6.	Решать показательные уравнения.	2	3	3
7.	Решать показательные уравнения.	2	3	3
8	Выполнять преобразования выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней и логарифмов.	2	2	2
9	Определять область допустимых значений логарифмического выражения. Решать логарифмические уравнения.	2	4	4
10	Решать иррациональные уравнения.	2	4	4
11	Решать логарифмические уравнения.	2	4	4
	Итого		33	

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема **АЛГЕБРА**
ВАРИАНТ №1

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{9^{\frac{1}{3}}9^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{9}}\right)^3$
2. Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-4}=3$
3. Найдите значение выражения $\frac{(9^{-3})^2}{9^{-8}}$
4. Среднее геометрическое трёх чисел a,b и c вычисляется по формуле $g=\sqrt[3]{abc}$ Вычислите среднее геометрическое чисел 12, 18, 27.
5. Найдите значение выражения $0{,}8^{\frac{1}{7}}*5^{\frac{2}{7}}*20^{\frac{6}{7}}$
6. Найдите корень уравнения $5^{x-7}=\frac{1}{125}$
7. Решите уравнение $2^{3+x}=0{,}4*5^{3+x}$
8. Найдите значение выражения $5^{3+\log_2 2}$
9. Решите уравнение $\log_5(7-x)=\log_5(3-x)+1$
10. Решите уравнение $\sqrt{x^4+8x^3+2x^2-1}=\sqrt{x^4+2x^2}$
11. а) Решите уравнение $\log_5(2-x)=\log_{25}x^4$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_9\frac{1}{82};\log_9 8\right]$

Преподаватель Лосева М.Н.

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема **АЛГЕБРА**

1. Найдите значение выражения $\left(\frac{5^{\frac{1}{2}}5^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{5}}\right)^3$
2. Найдите корень уравнения $\sqrt[5]{x-3}=-2$
3. Найдите значение выражения $\frac{(9^{-4})^2}{9^{-10}}$
4. Среднее геометрическое трёх чисел a,b и c вычисляется по формуле $g=\sqrt[3]{abc}$ Вычислите среднее геометрическое чисел 5, 25, 27.
5. Найдите значение выражения $0{,}6^{\frac{1}{8}}*5^{\frac{1}{4}}*5^{\frac{7}{8}}$
6. Найдите корень уравнения $5^{x-12}=\frac{1}{125}$
7. Решите уравнение $9^{2+5x}=1{,}8*5^{2+5x}$
8. Найдите значение выражения $6^{2+\log_6 8}$
9. Решите уравнение $\log_5(7-x)=\log_5(3-x)+1$
10. Решите уравнение $\sqrt{x^4+8x^3+2x^2-1}=\sqrt{x^4+2x^2}$
11. а) Решите уравнение $\log_5(2-x)=\log_{25}x^4$

    б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\log_9\frac{1}{82};\log_9 8\right]$

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
Тема **АЛГЕБРА**
ВАРИАНТ №1

1. Решение.

Выполним преобразования:

$\left(\frac{5^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{4}}}{\sqrt[12]{5}}\right)^3 = 9^{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{12}} = 9^{\frac{3}{2}} = 3^{2*\frac{3}{2}} = 3^3 = 27$

Ответ 27 (3б)

2.Решение.

Возведем обе части уравнения в третью степень: $(\sqrt[3]{x-4})^3 = 3^3 \leftrightarrow\ x-4=27\ \leftrightarrow x=31$

Ответ: 31. (2б)

3.Решение.

Воспользуемся свойствами степеней:

$\frac{(9^{-3})^2}{9^{-8}} = \frac{9^{-6}}{9^{-8}} = 9^{-6-(-8)} = 9^2 = 81$

Ответ 81 (2б)

4.Решение.

Подставим значения в формулу и вычислим:

$g = \sqrt[3]{abc} = \sqrt[3]{12*18*27} = \sqrt[3]{4*3*2*9*9*3} = \sqrt[3]{2^3*3^6} = 2*3^2 = 18$

Ответ: 18. (3б)

5.Решение.

Выполним преобразования: $0{,}8^{\frac{1}{7}}*5^{\frac{2}{7}}*20^{\frac{6}{7}} = \sqrt[7]{0{,}8*5^2*20^6} = \sqrt[7]{20*20^6} = \sqrt[7]{20^7} = 20$

Ответ: 20. (3б)

6.Решение.

Перейдем к одному основанию степени:

$5^{x-7} = \frac{1}{125} \leftrightarrow 5^{x-7} = 5^{-3} \leftrightarrow x-7=-3\ \leftrightarrow x=4$

Ответ: 4. (2б)

7.Решение.

Перейдем к одному основанию степени:

$2^{3+x} = 0{,}4*5^{3+x}\ \leftrightarrow\ \frac{2^{3+x}}{5^{3+x}} = 0{,}4 \leftrightarrow \frac{2^{3-x}}{5} = \frac{2^1}{5}\ \leftrightarrow 3-x=1\ \leftrightarrow x=-2$

Ответ -2(3б)

8.Решение.

Выполним преобразования: $5^{3+\log_2 2} = 5^3*5^{\log_2 2} = 125*2 = 250$

Ответ: 250 (2б)

9.Решение.

Заметим, что $1=\log_5 5$ и используем формулу $\log_a b + \log_5 c = \log_a bc$ Имеем:

$\log_5(7-x) = \log_5(3-x)+1 \leftrightarrow \log_5(7-x) = \log_5(3-x)+\log_5 5\ \ \leftrightarrow \begin{cases} 3-x>0 \\ 7-x=5(3-x) \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} -x=-3 \\ 7-x=15-5x \end{cases} \leftrightarrow$

$\begin{cases} x<3 \\ x=2 \end{cases} \leftrightarrow x=2$(4б)

Ответ: 2.

10. Решение.

Подкоренные выражения должны быть равны и неотрицательны:

$\sqrt{x^4+8x^3+2x^2-1} = \sqrt{x^4+2x^2} \leftrightarrow \begin{cases} x^4+2x^2 \geq 0 \\ x^4+8x^3+2x^2-1 = x^4+2x^2 \end{cases} \leftrightarrow 8x^3-1=0 \leftrightarrow x^3 = \frac{1}{8} \leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Ответ $\left\{\frac{1}{2}\right.$ (4б)

11. Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$\log_5(2-x) = \log_{25}x^4 \leftrightarrow \begin{cases} 2-x=x^2 \\ x^2>0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-2=0 \\ x\neq 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=1 \end{cases}$

б) Поскольку $\log_9\frac{1}{82} < -2 < \log_9 8 < 1$ отрезку $\left[\log_9\frac{1}{82};\log_9 8\right]$ принадлежит единственный корень −2.

Ответ: а) −2; 1, б) −2. (4б)

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
Тема **АЛГЕБРА**
ВАРИАНТ №2

1.Решение.

Выполним преобразования:

$(\frac{5^{\frac{1}{2}}5^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{5}})^3 = (5^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}})^3 = 5^2 = 25$

Ответ 25

2.Решение.

Возведем обе части уравнения в третью степень: $\sqrt[5]{x-3} = -2 \leftrightarrow (\sqrt[5]{x-3})^5 = -2^5 \leftrightarrow x-3 = -32 \leftrightarrow x = -29$

Ответ: −29

3.Решение.

Используя свойства степени, преобразуем дробь:

$\frac{(9^{-4})^2}{9^{-10}} = \frac{9^{-8}}{9^{-10}} = 9^{-8+10} = 9^2 = 81$

Ответ: 81.

4.Решение.

Подставим значения в формулу и вычислим:

$g = \sqrt[3]{abc} = \sqrt[3]{5*25*27} == \sqrt[3]{5^3*3^3} = 5*3 = 15$

Ответ: 15.

5.Решение.

Выполним преобразования:

$0{,}6^{\frac{1}{8}} * 5^{\frac{1}{4}} * 5^{\frac{7}{8}} = 0{,}6^{\frac{1}{8}} * 5^{\frac{2}{8}} * 5^{\frac{7}{8}} = \sqrt[8]{0{,}6*5^2 5^7} = \sqrt[8]{15^8} = 15$

Ответ: 15.

6.Решение.

Перейдем к одному основанию степени:

$5^{x-12} = \frac{1}{125} \leftrightarrow 5^{x-12} = 5^{-3} \leftrightarrow x-12 = -3 \leftrightarrow x = 9$

Ответ: 9.

7.Решение.

Перейдем к одному основанию степени:

$9^{2+5x} = 1{,}8*5^{2+5x} \leftrightarrow \frac{9^{2+5x}}{5^{2+5x}} = 1{,}8 \leftrightarrow \frac{9^{2+5x}}{5} = \frac{9^1}{5} \leftrightarrow 2+5x = 1 \leftrightarrow x = -0{,}2$

Ответ: −0.2.

8.Решение.

Выполним преобразования:

$6^{2+\log_6 8} = 6^2 * 6^{\log_6 8} = 36+8 = 288$

Ответ: 288.

9.Решение.

Заметим, что $1 = \log_5 5$ и используем формулу $\log_a b + \log_5 c = \log_a bc$ Имеем:

$\log_5(6+5x) = \log_5(2-x) + 1 \leftrightarrow \log_5(6+5x) = \log_5(2-x) + \log_5 5 \leftrightarrow \begin{cases} 6+5x > 0 \\ 2-x > 0 \\ 6+5x = (2-x)5 \end{cases} \leftrightarrow$

$\begin{cases} -1{,}2 < x < 2 \\ 6+5x = 10-5x \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} -1{,}2 < x < 2 \\ x = 0{,}4 \end{cases} \leftrightarrow x = 0{,}4$

Ответ: 0,4.

10. Решение.

Подкоренные выражения должны быть равны и неотрицательны:

$\sqrt{x^4+8x^3+2x^2-1} = \sqrt{x^4+2x^2} \leftrightarrow \begin{cases} x^4+2x^2 \geq 0 \\ x^4+8x^3+2x^2-1 = x^4+2x^2 \end{cases} \leftrightarrow 8x^3-1 = 0 \leftrightarrow x^3 = \frac{1}{8} \leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

Ответ $\{\frac{1}{2}$

11. Решение.

а) Запишем исходное уравнение в виде:

$\log_5(2-x) = \log_{25} x^4 \leftrightarrow \begin{cases} 2-x = x^2 \\ x^2 > 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x^2+x-2 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}$

б) Поскольку $\log_9 \frac{1}{82} < -2 < \log_9 8 < 1$ отрезку $\left[\log_9 \frac{1}{82}; \log_9 8\right]$ принадлежит единственный корень −2.

Ответ: а) −2; 1, б) −2.

Преподаватель Лосева М.Н.

ОБЪЕКТЫ КОНТРОЛЯ

Тема **ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ**

№	**Результаты обучения**	УУ	Количество сущ. операций	
			1.вар	2 вар.
1.	Изучить основные формулы тригонометрии: формулы сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму и применять при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощения его. Решать по формулам и по тригонометрическому кругу простейшие тригонометрические уравнения.	2	3	3
2.	Решать по формулам и по тригонометрическому кругу простейшие тригонометрические уравнения.	2	5	5
3.	Применять основные тригонометрические тождества для вычисления значений тригонометрических функций по одной из них. Применять общие методы решения уравнений приведение к замены переменной и квадратному приведение к при решении тригонометрических уравнений.	2	9	9
4	Применять общие методы решения уравнений приведение метода разложения на множители, при решении тригонометрических уравнений.	2	8	8
5.	Применять общие методы решения уравнений приведение к линейному при решении тригонометрических уравнений.	2	7	7
6.	Применять общие методы решения уравнений приведение к замены переменной и квадратному приведение к при решении тригонометрических уравнений.	2	8	8
7.	Решать по формулам и по тригонометрическому кругу простейшие тригонометрические неравенства.	2	6	6
	Всего		46	

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема **ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ**
ВАРИАНТ №1

1. Вычислить $\frac{\sin 75+\sin 45}{\sin 285}$
2. Решить уравнение $\mathrm{Sin}(2\pi - 3x)\cos x + \sin 3x \cos(\frac{3\pi}{2} + x)$

3. Решить уравнение $2\sin^2 x + 7\cos x + 2 = 0$
4. Решить уравнение $\sin^2 x - \sin x = 2\cos x - 1$;
5. Решить уравнение $\cos 2x + \sin^2 x = \cos x$, $[-\pi ; \pi]$
6. Решить уравнение $5 - 4\sin^2 x = 4\cos x$
7. Решить неравенство: $\cos x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Преподаватель Лосева М.Н.

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема **ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ**
ВАРИАНТ №2

1. Вычислить $\frac{\sin 105+\sin 15}{\sin 315}$

2. Решить уравнение $\sin(\pi - 3x)\cos x + \cos 3x \cos(\frac{3\pi}{2} - x)$
3. Решить уравнение $\cos 2x + 8\sin x = 3$
4. Решить уравнение $\sin 2x - \cos x = 2\sin x - 1$;
5. Решить уравнение $\cos 2x + \sin x = \cos^2 x$, $[0; 2\pi]$
6. Решить неравенство: $\sin X \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
ВАРИАНТ №1
Тема **ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ**

1. $\frac{\sin 75+\sin 45}{\sin 285}=\frac{2\sin 60\cos 15}{-\cos 15}=-2\sin 60=-\sqrt{3}$

Ответ $=-\sqrt{3}$ (5б)

2. $\mathrm{Sin}(2\pi-3x)\cos x+\sin 3x\cos(\frac{3\pi}{2}+x)=\cos 3x\cdot\cos x+\sin 3x\cdot\sin x=\cos 2x;$

$$\cos 2x=-\frac{1}{2};\ 2x=\pm\left(\pi-\frac{\pi}{3}\right)+2\pi k;\ x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k\ k\in Z$$

Ответ. $\cos 2x;\ =\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k\ k\in Z$ (5б)

3. $2\sin^2x+7\cos x+2=0$; $2-2\cos^2x+7\cos x+2=0$; $2\cos^2x-7\cos x-4=0$. $\cos x=a$, $a\in[-1;1]$. $2a^2-7a-4=0$; D $=81$; a1 = 4 – не удовлетворяет условию
$a\in[-1;1]$; $a_1=-\frac{1}{2}$; $\cos x=-\frac{1}{2}$; $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n\ n\in Z$

Ответ $\cos x=-\frac{1}{2}$; $\pm\frac{2\pi}{3}+2\pi n\ n\in Z$ (9б)

4. $\sin 2x-\sin x=2\cos x-1$; $2\sin x\cos x-\sin x-2\cos x+1=0$; $2\cos x(\sin x-1)-(\sin x-1)=0$; $(\sin x-1)(2\cos x-1)=0$; $\sin x=1$ или $\cos x=\frac{1}{2}$
$x=\frac{\pi}{2}+2\pi n\ n\in Z$; $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k\ k\in Z$ (8б)

Ответ $x=\frac{\pi}{2}+2\pi n\ n\in Z$; $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k\ k\in Z$

5. $\cos 2x+\sin 2x=\cos x$, $[-\pi;\pi]$; $\cos 2x-\sin 2x+\sin 2x=\cos x$; $\cos x(\cos x-1)=0$; $\cos x=0$ или $\cos x=1$;
$x=\frac{\pi}{2}+\pi n\ n\in Z$; $x=2\pi k\ k\in Z$ (7б)

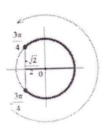
Ответ $x=\frac{\pi}{2}+\pi n\ n\in Z$; $x=2\pi k\ k\in Z$

6. $5-4\sin^2x=4\cos x$; $5-4+4\cos^2x=4\cos x$; $4\cos^2x-4\cos x+1=0$. $\cos x=a$, $a\in[-1;1]$. 4a2–4a+1 = 0; (2a – 1)2 = 0;
$\cos x=\frac{1}{2}$; $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k\ k\in Z$ (8 б)

Ответ $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k\ k\in Z$

7. Решение. Отмечаем на оси косинусов $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ Все значения $\cos x$, большие или равные $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ – **правее** точки $-\frac{\sqrt{2}}{2}$, включая саму точку. (3б)

Тогда выделенные дугой аргументы x отвечают тому условию, что $\cos x\geq-\frac{\sqrt{2}}{2}$



(1б)

$-\frac{3\pi}{4}+2\pi n\leq x\leq\frac{3\pi}{4}+2\pi n\ n\in Z$ (1б)

Ответ. $-\frac{3\pi}{4}+2\pi n\leq x\leq\frac{3\pi}{4}+2\pi n\ n\in Z$ (1б)

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
ВАРИАНТ №2
Тема **ОСНОВЫ ТРИГОНОМЕТРИИ**

2. $\frac{\sin 105+\sin 15}{\sin 315}=\frac{2\sin 45\cos 45}{\cos 45}=-\sqrt{3}$

Ответ $-\sqrt{3}$

2. $\sin(\pi-3x)\cos x+\cos 3x\cos(\frac{3\pi}{2}-x)=\sin 3x\cos x-\cos 3x\sin x=\sin 2x$

$\sin 2x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$; $2x=(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}k\ k\in Z$

Ответ: $\sin 2x$; $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2}k\ k\in Z$

3. $\cos x+8\sin x=3$; $1-2\sin^2 x+8\sin x-3=0$; $\sin 2x-4\sin x+1=0$. $\sin x=a$, $a\in[-1;1]$. $a^2-4a+1=0$; $D/4=3$;
$a_1=2+\sqrt{3}$ не удовлетворяет условию $a_2=2-\sqrt{3}$; $\sin x=2-\sqrt{3}$; $x=(-1)^k\arcsin(2-\sqrt{3})+\pi k\ k\in Z$

Ответ $x=(-1)^k\arcsin(2-\sqrt{3})+\pi k\ k\in Z$

4. $\sin 2x-\cos x=2\sin x-1$; $2\sin x\cos x-\cos x-2\sin x+1=0$; $2\sin x(\cos x-1)-(\cos x-1)=0$; $(\cos x-1)(2\sin x-1)=0$;
$\cos x=1$ или $2\sin x=1$;
$x=2\pi n\ n\in Z$; $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6}+\pi k\ k\in Z$

Ответ $x=2\pi n\ n\in Z$; $(-1)^{k+1}\frac{\pi}{6}+\pi k\ k\in Z$

5. $\cos 2x+\sin x=\cos 2x$, $[0;2\pi]$; $\cos 2x-\sin 2x+\sin x-\cos 2x=0$; $\sin x(1-\sin x)=0$; 1) $\sin x=0$; 2) $\sin x=1$;
$x=\pi n\ n\in Z$; $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k\ k\in Z$

Ответ $x=\pi n\ n\in Z$; $x=\frac{\pi}{2}+2\pi k\ k\in Z$

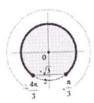
6. $2\sin^2 x+5\cos x=4$; $2-2\cos^2 x+5\cos x=4$; $2\cos^2 x-5\cos x+2=0$. $\cos x=a$, $a\in[-1;1]$. $2a^2-5a+2=0$; $D=9$; $a1=2$ – не удовлетворяет условию $a\in[-1;1]$;
$\cos x=\frac{1}{2}$; $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k\ k\in Z$ (8 б)

Ответ $x=\pm\frac{\pi}{3}+2\pi k\ k\in Z$

7 Решение Отмечаем на оси синусов $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

Все значения sinx, большие или равные $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ – **выше** точки $-\frac{\sqrt{3}}{2}$, включая саму точку.

Тогда выделенные дугой аргументы x отвечают тому условию, $\sin X\geq-\frac{\sqrt{3}}{2}$



$$-\frac{\pi}{3}+2\pi n\leq x\leq\frac{4\pi}{3}+2\pi n\ n\in Z$$

Ответ
$-\frac{\pi}{3}+2\pi n\leq x\leq\frac{4\pi}{3}+2\pi n\ n\in Z$

Преподаватель Лосева М.Н.

ОБЪЕКТЫ КОНТРОЛЯ

Тема **ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ**

№	**Результаты обучения**	УУ	Количество сущ. операций	
			1.вар	2 вар.
1.	Находить область определения и область значений функции. Исследовать функции.	2	9	9
2.	Строить и читать графики функций. Исследовать функции. Определять положение точки на графике по ее координатам и наоборот.	2	4	4
3.	решать задачи на экстремум	2	4	4
4	Вычислять значения функции по значению аргумента.	2	4	4
5.	Вычислять значения функции по значению аргумента.	2	3	3
6.	Решать показательные уравнения известным алгоритмам.	2	4	4
7/	Решать логарифмические уравнения по известным алгоритмам.	2	3	3
8/	Решать показательные неравенства по известным алгоритмам.	2	3	3
	Всего		34	

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ

по УД, МДК: «Математика»

Тема **ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ**

ВАРИАНТ №1

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ

по УД, МДК: «Математика»

Тема **ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ**

ВАРИАНТ №1

1. Функция y=f(x) задана своим графиком. Укажите

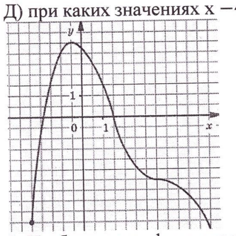
А) область определения функции

Б) промежутки возрастания и убывания функции

В) при каких значениях x f(x)=0

Г) наибольшее и наименьшее значение функции

Д) при каких значениях x $-4 < f(x) < 2$



2. Изобразите график непрерывной функции, зная что

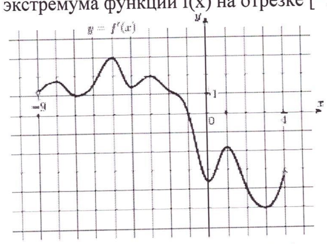
А) область определения функции есть промежуток $[-3; 4]$

Б) значение функции составляют промежуток $[-2; 5]$

В) в левом конце области определения функции принимает наибольшее значения;

Г) 2-единственная точка экстремума функции

3. На рисунке изображен график производной функции f(x) , определенной на интервале (−9; 4) Найдите точку экстремума функции f(x) на отрезке [−5; 0].



4/ Найдите значение выражения $f(4) = 7 * 5^{\log_5^x}$

5.Найдите $\text{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{10}{\sqrt{116}}$ $\alpha \in (0; 0{,}5\pi)$

6. Найдите корень уравнения $2^{4-2x} = 64$

7/ Найдите корень уравнения $\log_2(4 - x) = 7$

8. Решите неравенство: $5^x + (\frac{1}{5})^x > 2$

Преподаватель Лосева М.Н.

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ

по УД, МДК: «Математика»

Тема **ФУНКЦИИ, ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ**

ВАРИАНТ №2

1. Функция y=f(x) задана своим графиком. Укажите

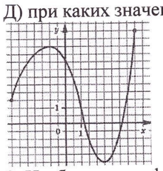
А) область определения функции

Б) нули функции

В)промежутки возрастания и убывания функции

Г) наибольшее и наименьшее значение функции

Д) при каких значениях x $-f(x) < -2$



2. Изобразите график непрерывной функции, зная что

А) область определения функции есть промежуток $[-5; 2]$

Б) значение функции составляют промежуток $[-2; 5]$

В) промежутки убывания функции $[-5; -2]$ и $[0; 2]$

Г) функция возрастает на промежутке $[-2; 0]$

Д) отрицательные значения функции принимает только в точках промежутка $[-2; 0]$

3. На рисунке изображен график производной функции f(x), определенной на интервале (−4; 8). Найдите точку экстремума функции f(x) на отрезке [−2; 6].

4. Найдите значение выражения $f(2) = 6 * 7^{\log_7^x}$

5. Найдите tgα, если $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ $\alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$

6/ Найдите корень уравнения $3^{8-x} = 27$

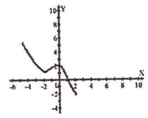
7/ Найдите корень уравнения $\log_5(5 - x) = 2$

8. Решите неравенство: $6^x + (\frac{1}{6})^x > 2$

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
ВАРИАНТ №1

1. а) D(f)=[−2,5; 6];
б) функция возрастает на промежутке [−2,5; −0,5]; функция убывает на промежутке [−0,5; 6];
в) f(x)=0 при x=−1,8 и x=1,5;
г) max f(x)=3,5, min f(x)=f(6)=−5,5;
д) −4<f(x)<2 при x∈(−2,4; −1,4)∪(0,8; 5,2).



2.

3. Решение.

Если производная в некоторой точке равна нулю, а в ее окрестности меняет знак, то это точка экстремума. На отрезке $[-5; 0]$ график производной пересекает ось абсцисс в точке -1 при этом производная меняет знак с плюса на минус. Следовательно, точка -1 является точкой экстремума.

Ответ: −1.

4. **Решение.**

Пользуясь свойствами логарифма, выполним преобразования:

$f(4) = 7 * 5^{\log_5^x} = 7 * x = 7 * 4 = 28$

5. Поскольку угол альфа лежит в первой четверти, его тангенс положителен. Поэтому

$$\mathrm{tg}\alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos\alpha^2} - 1} = \sqrt{\frac{116}{100} - 1} = 0{,}4$$

6/ Перейдем к одному основанию степени:

$2^{4-2x} = 64 \leftrightarrow 2^{4-2x} = 2^6 \leftrightarrow 4 - 2x = 6 \leftrightarrow x = -1$

7/Последовательно получаем: $\log_2(4 - x) = 7 \leftrightarrow 4 - x = 128 \leftrightarrow x = -124$

8. **Решение.**

Последовательно получаем:

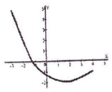
$5^x + \left(\frac{1}{5}\right)^x > 2 \leftrightarrow 5^{2x} + 1 > 2 * 5^x \leftrightarrow (5^x - 1)^2 > 0 \leftrightarrow 5 \neq 1 \leftrightarrow x \neq 0$

Ответ $(-\infty; 0)$ $(0; +\infty)$

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
ВАРИАНТ №2

а) D(f)=[−3,5; 4,5];
f(x)=0 при x=1,2 и x=3,7;
в) функция возрастает на промежутках [−3,5 −1] и [2,5; 4,5];
функция убывает на промежутке [−1; 2,5]; г) max f(x)=f(4,5)=6, min f(x)=f(2,5)=−2,5;
д) f(x) <−2 при −1,9<x<3.



2.

3. Решение.

Если производная в некоторой точке равна нулю и меняет знак, то это точка экстремума. На отрезке [–2; 6] график производной пересекает ось абсцисс, производная меняет знак с плюса на минус. Следовательно, точка 4 является точкой экстремума.

Ответ: 4.

4. Пользуясь свойствами логарифма, выполним преобразования:

$f(2) = 6 * 7^{\log_7^x} = 6 * x = 6 * 2 = 12$

5. Решение.

Поскольку угол альфа лежит в четвёртой четверти, его тангенс отрицателен. Поэтому

$$\text{tg}\alpha = \sqrt{\frac{1}{\cos\alpha^2} - 1} = -\sqrt{10 - 1} = -3$$

6/ Перейдем к одному основанию степени:
$3^{8-x} = 27 \leftrightarrow 2^{8-x} = 3^3 \leftrightarrow 8 - x = 3 \leftrightarrow x = 5$

7/Последовательно получаем: $\log_5(5 - x) = 2 \leftrightarrow \log_5(5 - x) = \log_5 5^2 \leftrightarrow 5 - x = 5^2 \leftrightarrow x = -20$

8. **Решение.**

Последовательно получаем:

$6^x + \left(\frac{1}{6}\right)^x > 2 \leftrightarrow 6^{2x} + 1 > 2 * 6^x \leftrightarrow (6^x - 1)^2 > 0 \leftrightarrow 6^x \neq 1 \leftrightarrow x \neq 0$

Ответ $(-\infty; 0)\ (0; +\infty)$

Преподаватель Лосева М.Н.

ОБЪЕКТЫ КОНТРОЛЯ

Тема. НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

№	Результаты обучения	УУ	Количество сущ. операций	
			1.вар	2 вар.
1.	Ознакомиться с понятием числовой последовательности, способами ее задания, вычислениями ее членов.	2	11	11
2.	Изучить и формулировать ее механический и геометрический смысл, изучить алгоритм вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной.	2	3	3
3.	Изучить геометрический смысл, изучить алгоритм вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной.	2	7	7
4	Изучить геометрический смысл, изучить алгоритм вычисления производной на примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной.	2	6	6
5.	Устанавливать связь свойств функции и производной по их графикам.	2	4	4
6/	Устанавливать связь свойств функции и производной по их графикам.	2	3	3
7.	Устанавливать связь свойств функции и производной по их графикам.	2	3	3
8.	Решать задачи на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей. Изучить правила вычисления первообразной и теорему Ньютона-Лейбница.	2	6	6
9	Решать задачи на связь первообразной и ее с производной, на вычисление первообразной для данной функции.	2	3	3
10	Проводить с помощью производной исследование функции, заданной формулой. Применять производную для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума.	2	3	3
11	Проводить с помощью производной исследование функции, заданной формулой. Применять производную для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума.	2	3	3

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
ВАРИАНТ №1

1/ Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию $n \geq 3$

а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 18?

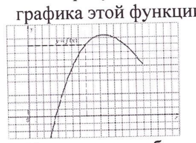
б) Каково наибольшее значение n, если сумма всех данных чисел меньше 800?

в) Найдите все возможные значения n, если сумма всех данных чисел равна 111.

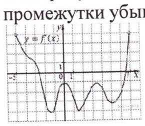
2. Материальная точка движется прямолинейно по закону t = 9 с. $X(t)=6t^2-48t+17$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени t=9с

3. На рисунке изображён график функции y=f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции f(x) в точке x_0.

4. На рисунке изображен график функции y=f(x). Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой 8. Найдите f '(8).

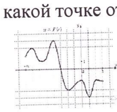


5. На рисунке изображен график производной функции f(x), определенной на интервале (−5; 7). Найдите промежутки убывания функции f(x). В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

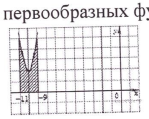


6. На рисунке изображён график функции f(x), — производной функции f(x), определённой на интервале (−5; 7). Найдите точку экстремума функции f(x),, принадлежащую отрезку [−2; 6].

7. На рисунке изображён график y=f'(x) — производной функции f(x), определенной на интервале (-8; 3). В какой точке отрезка [-3; 2] функция f(x) принимает наибольшее значение?



8. На рисунке изображён график функции y = f(x). Функция $F(x) = x^3 + 30x^2 + 302x - \frac{15}{8}$ одна из первообразных функции y = f(x). Найдите площадь закрашенной фигуры.



9. Является ли функция F(x)=x3+3x−5; первообразной $f(x)=3(x^2+1)$.

10. Найдите промежутки возрастания функции $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x$

11. найти точки экстремума функции $f(x)=2x^3-3x^2-1$

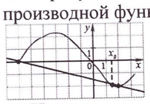
Преподаватель Лосева М.Н.

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
ВАРИАНТ №2

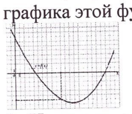
1. Даны n различных натуральных чисел, составляющих арифметическую прогрессию $n > 3$
а) Может ли сумма всех данных чисел быть равной 14?
б) Каково наибольшее значение n, если сумма всех данных чисел меньше 900?
в) Найдите все возможные значения n, если сумма всех данных чисел равна 123.

2. Материальная точка движется прямолинейно по закону $v(t) = \frac{1}{2}t^2$ +25 (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени t = 1 с.

3. На рисунке изображён график функции y=f(x) и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции f(x) в точке x_0.

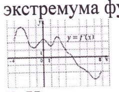


4. На рисунке изображен график функции y=f(x). Прямая, проходящая через начало координат, касается графика этой функции в точке с абсциссой 10. Найдите f '(10)



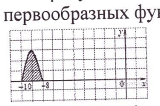
5. На рисунке изображен график производной функции f(x), определенной на интервале (−11; 3). Найдите промежутки возрастания функции f(x). В ответе укажите длину наибольшего из них.

6. На рисунке изображен график производной функции f(x), определенной на интервале (−4; 8). Найдите точку экстремума функции f(x) на отрезке [−2; 6].



7. На рисунке изображен график производной функции f(x), определенной на интервале (−8; 4). В какой точке отрезка [−7; −3] f(x) принимает наименьшее значение?

8. На рисунке изображён график функции y = f(x). Функция $F(x) = x^3 + 27x^2 + 240x - 8$ одна из первообразных функции y = f(x). Найдите площадь закрашенной фигуры.



9. Является ли функция $F(x) = x^4 - 3x^2 + 1$; первообразной функции $f(x)=4x^3-x^2+x$;
10. Найдите промежутки убывания функции $y=2x^3+9x^2-24x$
11. найти точки экстремума функции $f(x)=2x^3-1/\,2x^4-8$

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
Тема НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
ВАРИАНТ №1

1. Решение.

а) Да, может. Числа 2, 3, 4, 5 составляют арифметическую прогрессию, их сумма равна 14. (1 б)

б) Пусть a — первый член, d — разность, n — число членов прогрессии, тогда их сумма равна $\frac{2a-\_d(n-1)}{2}$ (1 б) Чтобы количество членов было наибольшим, первый член и разность должны быть наименьшими. (1 б) Пусть они равны 1, тогда по условию $\frac{n(1+1)}{2} < 900$ (1 б) Наибольшее натуральное решение этого неравенства n = 41. (1 б) Такой результат получается при прогрессии 1+2….+41=861(1 б)

в) Для суммы членов арифметической прогрессии имеем:

$$\frac{2a+d(n-1)}{2}n = 123 \leftrightarrow \big(2a + d(n-1)\big)n = 2 * 3 * 41 (2 б)$$

Таким образом, число членов прогрессии n является делителем числа 246. Если то n$\geq$ 41 левая часть больше 246: $\big(2a + d(n-1)\big)n \gg 42 * 41 > 246$ следовательно, $n < 41$ Поскольку $n \geq 3$ получаем, что n=3 или n=6 Прогрессии из трёх и шести членов с суммой 123 существуют: например, 40, 41, 42 и 3, 10, 17, 24, 31, 38. (3 б)

Ответ: а) да; б) 41; в) 3; 6.

2.Решение.

Найдем закон изменения скорости:

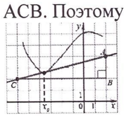
v(t)=x$^{/}$(t)=12t-48 (1 б)

При t = 9 с имеем:

V(9)=12*9-48=60м/с (1 б)

Ответ: 60. (1 б)

3. Решение. Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. (1 б) Построим треугольник с вершинами в точках A (2; 4), B (2; 2), C (−6; 2). (3 б) Угол наклона касательной к оси абсцисс будет равен углу ACB. Поэтому



$y^{\backslash}(x_0) = \text{tg} < ACB = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{8} = 0{,}25$ (2 б)

Ответ: 0,25(1 б)

4. Поскольку касательная проходит через начало координат, её уравнение имеет вид y = kx. (1 б) Эта прямая проходит через точку (8; 10), поэтому 10 = 8 · k, откуда k = 1,25. (3 б) Поскольку угловой коэффициент касательной равен значению производной в точке касания, получаем: f$^{\backslash}$(8)=1,25 (1 б)

Ответ: f$^{\backslash}$(8)=1,25(1 б)

5. Решение.

Промежутки убывания функции f(x) соответствуют промежуткам, на которых производная функции отрицательна, то есть интервалу (−2,5; 6,5). (2 б) Данный интервал содержит следующие целые точки: –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 сумма которых равна 18. (1 б)

Ответ: 18. (1 б)

6/ Решение.

Если производная в некоторой точке равна нулю, а в ее окрестности меняет знак, то это точка экстремума. (1 б) На интервале [–1; 4] график производной пересекает ось абсцисс, производная меняет знак с минуса на плюс. Следовательно, точка 3 является точкой экстремума. (1 б)

Ответ: 3. (1 б)

7. Решение.

На заданном отрезке производная функции отрицательна, поэтому функция на этом отрезке убывает. Поэтому наибольшее значение функции достигается на левой границе отрезка, т. е. в точке −3. (2 б)

Ответ: −3. (1 б)

8/ Решение.

Площадь выделенной фигуры равна разности значений первообразных, вычисленных в точках -9 и -11

f(x)=F$^{\backslash}$=3x^2+60x+302=3(x^2+20x+100)+2=3(x+10)^2+2 (2 б)

имеем:
$\int_{-11}^{-9}(3(x+10)^2+2)\,\partial x = ((x+10)^3+2x)\ \int_{-11}^{-9} -1-(-1)+2(-9-(-11)) = 2+4 = 6$ (3 б)
Ответ 6 (1 б)
9. $F(x)=x^3+3x-5$; первообразной $f(x)=3(x^2+1)$. $F'(x) = 3x^2+3 = 3(x^2+1) = f(x)$ (2 б)
Ответ: является (1 б)
10. $y = 2x^3 - 3x^2 - 36x$; $y'=6x^2-6x-36$; $6x^2-6x-36>0 \mid : 6$; $x^2 - x - 6 > 0$; $(x+2)(x-3) > 0$; Ответ: возрастает на $(-\infty; -2]$ и на $[3; \infty)$.(3 б)
11 $f(x)=2x^3-3x^2-1$; $D(f)=R$; $f'(x)=6x^2-6x=6x(x-1)$; $f'(x) = 0$, при $x = 0$ и $x = 1$; $x = 0$ и $x = 1$ − точки экстремума.
Ответ: 0 и 1 **(3 б)**

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
Тема НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
ВАРИАНТ №2

1. Решение.

а) а) Да, может. Числа 3, 4, 5, 6 (или 5, 6, 7) составляют арифметическую прогрессию, их сумма равна 18.

б) Пусть a — первый член, d — разность, n — число членов прогрессии, тогда их сумма равна $\frac{2a-\_d(n-1)}{2}$ Чтобы количество членов было наибольшим, первый член и разность должны быть наименьшими. Пусть они равны 1, тогда по условию $\frac{n(1+1)}{2} < 800$ Наибольшее натуральное решение этого неравенства n = 39.

в) Для суммы членов арифметической прогрессии имеем:

$$\frac{2a+d(n-1)}{2}n = 111 \leftrightarrow \big(2a+d(n-1)\big)n = 2*3*37$$

Таким образом, число членов прогрессии n является делителем числа 222. Если то n≥ 37 левая часть больше 246: $\big(2a+d(n-1)\big)n \gg 37*36 > 22$ следовательно, n < 37 Поскольку $n \geq 3$ получаем, что n=3 или n=6 Прогрессии из трёх и шести членов с суммой 111 существуют: например, 36, 37, 38 и 16, 17, 18, 19, 20, 21.

Ответ: а) да; б) 39; в) 3; 6.

1. Решение.

Найдем закон изменения скорости:

$v(t)=x^{/}(t)=t$

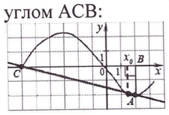
При t = 9 с имеем:

V(1)=1м/с

Ответ: 1.

3. Решение.

Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной, который в свою очередь равен тангенсу угла наклона данной касательной к оси абсцисс. Построим треугольник с вершинами в точках A (2; −2), B (2; 0), C (−6; 0). Угол наклона касательной к оси абсцисс будет равен углу, смежному с углом ACB:



$$y^{\backslash}(x_0) = tg(180 - < ACB) = -tg < ACB = -\frac{AB}{BC} = -\frac{2}{8} = -0{,}25$$

Ответ: 0,25

4. Решение.

Значение производной в точке касания равно угловому коэффициенту касательной. Поскольку касательная проходит через начало координат, ее уравнение имеет вид y = kx. Прямая проходит через точку (10; −6), значит, k = -0,6 Поскольку угловой коэффициент равен значению производной в точке касания получаем: $f^{\backslash}(10)=-0{,}6$

Ответ: −0,6.

5. Решение.

Промежутки возрастания функции f(x) соответствуют промежуткам, на которых производная функции неотрицательна, то есть промежуткам (−11; −10], [−7; −1], [2; 3). Наибольший из них — отрезок [−7; −1], длина которого 6.

Ответ: 6.

6. Решение.

Если производная в некоторой точке равна нулю и меняет знак, то это точка экстремума. На отрезке [–2; 6] график производной пересекает ось абсцисс, производная меняет знак с плюса на минус. Следовательно, точка 4 является точкой экстремума.

Ответ: 4

7. Решение.

На заданном отрезке производная функции положительна, поэтому функция на этом отрезке возрастает. Поэтому наименьшее значение функции достигается на левой границе отрезка, т. е. в точке

Ответ: −7.

8/ Решение.

Площадь выделенной фигуры равна разности значений первообразных, вычисленных в точках -9 и -11

$f(x)=F^{\backslash}=3x^2+60x+302=3(x^2+20x+100)+2=3(x+10)^2+2$

имеем:

$$\int_1^{-1}(3-3x^2)\,\partial x = \int_0^1(3-3x^2)\,\partial x = 2(3x-x^3) = \int_0^1 2(3-1) - 0 = 4$$

Ответ: 4.

9. Является ли функция $F(x) = x^4 - 3x^2 + 1$; $f(x)=4x^3-x^2+x$; $F'(x)=4x^3-6x$. Т. к. $F'(x) \neq f(x)$, то функция $F(x)$ не является первообразной функции $f(x)$.

Ответ: не является.

10. $y=2x^3+9x^2-24x$; $y'=6x^2+18x-24$; $x^2+3x-4 \leq 0$; $(x-1)(x+4) \leq 0$. $-4 \leq x \leq 1$. Ответ: [−4; 1].

11. $f(x)=2x^3 - 1/\,2x^4-8$; $f'(x)=6x^2-2x^3$; $f'(x)=0$: $2x^2(3-x)=0$; $x=0$ или $x=3$. Точка $x = 3$ – точка экстремума функции.

Ответ: 3.

Преподаватель Лосева М.Н.

ОБЪЕКТЫ КОНТРОЛЯ

Тема УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

№	Результаты обучения	УУ	Количество сущ. операций	
			1.вар	2 вар.
1.	Решать иррациональные уравнения	2	3	3
2.	Решать рациональные уравнения	2	3	3
3.	Решать показательные уравнения	2	2	2
4	Решать неравенства	2	5	5
5.	Решать неравенства	2	3	3
6/	Решать неравенства	2	5	5
7.	Решать неравенства	2	5	5
8.	Решать неравенства	2	7	7
	Итого		33	33

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА
ВАРИАНТ №1

1. Найдите корень уравнения $\sqrt{3x^2-4x-2} = \sqrt{2x^2-2x+1}$
2. Найдите корень уравнения: $x=\frac{6x-15}{x-2}$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.
3/ Найдите корень уравнения $2^{4-2x}=64$
2. Решить неравенство $\frac{x^2-2x+1}{(x+2)^2}+\frac{x^2+2x+1}{(x+3)^2} \le \frac{(2x^2-x+5)^2}{2(x+2)^2(x-3)^2}$
3. Решите неравенство:$6^x+(\frac{1}{6})^x \ge 2$
4. Решите неравенство $x^2\log_{16}x \ge \log_{16}x^5 + x\log_2 x$
5. Решите систему неравенства: $\begin{cases} 6^x+(\frac{1}{6})^x > 2 \\ 2^{x^2} \le 4*2^x \end{cases}$
6. Решите систему неравенства $\begin{cases} \sin x - \sin y = 1 \\ \sin x^2 + \cos x^2 = 1 \end{cases}$

Преподаватель Лосева М.Н.

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА
ВАРИАНТ №2

1. Найдите корень уравнения $\sqrt{3x^2-2x+1} = \sqrt{2x^2-6x+13}$
2. Найдите корень уравнения: $x=\frac{-8x+15}{x-10}$ Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.
3. Найдите корень уравнения $2^{4-2x}=64$
4. Решить неравенство $\frac{x^2-2x+1}{(x+2)^2}+\frac{x^2+2x+1}{(x+3)^2} \le \frac{(2x^2-x+5)^2}{2(x+2)^2(x-3)^2}$
5. Решите неравенство:$5^x+(\frac{1}{5})^x > 2$
6. Решите неравенство $x^2\log_{25}x \ge \log_{26}x^3 + x\log_3 x$
7. Решите систему неравенства $\begin{cases} 5^x+(\frac{1}{5})^x > 2 \\ 2^{x^2} \le 64*2^x \end{cases}$

7. Решите систему неравенства $\begin{cases} \sin x - \sin y = 1 \\ \sin x^2 + \cos x^2 = 1 \end{cases}$

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
Тема УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА
ВАРИАНТ №1

1. Решение $(\sqrt{3x^2-4x-2})^2 = (\sqrt{2x^2-2x+1})^2$

$3x^2 - 4x - 2 = 2x^2 - 2x + 1$;

$x^2 - 2x - 3 = 0$;

при x = 3 $2x^2 - 2x + 1 = 18 - 6 + 1 = 13 > 0$

при x = -1 $2x^2 - 2x + 1 = 2 + 2 + 1 = 5 > 0$

Ответ: -1; 3. (3б)

2. Область допустимых значений:

$x - 2 \neq 0 \leftrightarrow x \neq 2$

При $x \neq 2$ домножим на знаменатель:

$$x = \frac{6x-15}{x-2} \leftrightarrow x(x-2) = 16x - 15 \leftrightarrow x^2 - 8x + 15 = 0 \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = 3 \end{array}\right.$$

Больший корень равен 5.

Ответ: 5. (3б)

3. Решение.

Перейдем к одному основанию степени:

$2^{4-2x} = 64 \leftrightarrow 2^{4-2x} = 2^6 \leftrightarrow 4 - 2x = 6 \leftrightarrow x = -1$

Ответ: −1. (2б)

4. Решение $\frac{x^2-2x+1}{(x+2)^2} + \frac{x^2+2x+1}{(x+3)^2} \leq \frac{(2x^2-x+5)^2}{2(x+2)^2(x-3)^2}$ Сделаем замену $a = \frac{x-1}{x+2}$ $b = \frac{x+1}{x-3}$ Тогда

$$a + b = \frac{(x-1)(x-3) + (x+1)(x+2)}{(x+2)(x-3)} = \frac{2x^2 - x + 5}{(x+2)(x-3)}$$

$$a^2 + b^2 \leq \frac{(a+b)^2}{2}, \text{откуда}$$

$$a^2 + b^2 - 2ab \leq 0 \leftrightarrow (a-b)^2 \leq 0$$

Это неравенство выполняется тогда, когда a=b Получаем $\frac{x-1}{x+2} = \frac{x+1}{x-3} \leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = x^2 + 3x + 2 = \frac{1}{7}$

Ответ$\frac{1}{7}$ (5б)

5. Решение.

Последовательно получаем: $6^x + (\frac{1}{6})^x \geq 2 \leftrightarrow 6x^2 + 1 > 2 * 6^x \leftrightarrow (6^x - 1)^2 > 0 \leftrightarrow 6^x \neq 1 \leftrightarrow x \neq 0$

Ответ (-∞;0) (0; +∞)(3б)

6/ Решение.

Перенесём все члены в левую часть и умножим на 4:

$x^2\log_{16}x \geq \log_{16}x^5 + x\log_2 x \leftrightarrow x^2\log_2 x - 4x\log_2 x + 5\log_2 x \geq 0 \leftrightarrow (x^2 - 4x - 5)\log_2 x \geq 0 \leftrightarrow (x-5)(x+1)\log_2 x \geq 0$

Заметим, что $x > 0$ поэтому $x + 1 > 0$ Получаем: (x-5)$\log_2 x \geq 0$ Решение неравенства: 0< $x \leq 1$ или $x \geq 5$

Ответ $(0; 1)$ $(5; +\infty)$(5б)

7/ Решение Последовательно получаем:

$$: \begin{cases} 6^x + (\frac{1}{6})^x > 2 \\ 2^{x^2} \leq 4 * 2^x \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} 6^{2x} + 1 > 2 * 6^x \\ 2^{x^2} \leq 2^{x+2} \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} (6^x - 1)^2 > 0 \\ x^2 \leq x + 2 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} 6^x \neq 1 \\ x^2 - x - 2 \leq 0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ -1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

Ответ $[-1; 0)$ $(0; 2]$(5б)

8. Решение.

Из второго уравнения находим

$\sin x^2 - \sin y^2 = 0$ Учитывая, что $\sin x - \sin y = 1$получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \sin x - \sin y = 1 \\ \sin x + \sin y = 0 \end{cases} \begin{cases} 2\sin x = 1 \\ 2\sin y = -1 \end{cases} \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \\ \sin y = -\frac{1}{2} \end{cases} \begin{cases} x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n \ n \in Z \\ x = (-1)^{K+1} \frac{\pi}{6} + \pi k \ k \in Z \end{cases}$$

Ответ $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, x = (-1)^{K+1} \frac{\pi}{6} + \pi k \ nk \in Z$(7б)

Преподаватель [signature] Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
Тема УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА
ВАРИАНТ №2

1. Решение $(\sqrt{3x^2-2x+1}\ )^2 = (\sqrt{2x^2-6x+13})^2$
$3x^2-2x-2=4x^2-5x$; $x^2-3x+2=0$; $x_1=2$, $x_2=1$
при $x = 2$ $4x^2-5x+1=16-10=6>0$
при $x=1$
$4x^2-5x+1=4-5=-1<0$

Ответ: 2.

2. Решение.
Область допустимых значений: $x \neq 10$ На этой области домножим на знаменатель:
$$x=\frac{-8x+15}{x-10} \leftrightarrow x(x-10)=-8x+15 \leftrightarrow x^2-2x-15=0 \leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=-3 \end{array}\right.$$
Оба корня лежат в ОДЗ. Меньший из них равен -3.
Ответ: -3.

3. Решение.

Перейдем к одному основанию степени:
$2^{4-2x}=64$
$2^{4-2x}=64 \leftrightarrow 2^{4-2x}=2^6 \leftrightarrow 4-2x=6 \leftrightarrow x=-1$
Ответ: -1

4. Решение . $\frac{x^2-4x+1}{(x+1)^2}+\frac{x^2+6x+9}{(x-1)^2} \leq \frac{(2x^2-x+5)^2}{2(x^2-1)^2}$

$$\text{Сделаем замену } a=\frac{x-2}{x+1}\ \ b=\frac{x+3}{x-1} \text{ Тогда}$$
$$a+b=\frac{(x-1)(x-2)+(x+1)(x+3)}{(x+1)(x-1)}=\frac{2x^2+x+5}{x^2-1}$$
$$a^2+b^2 \leq \frac{(a+b)^2}{2}, \text{ откуда}$$
$$a^2+b^2-2ab \leq 0 \leftrightarrow (a-b)^2 \leq 0$$
Это неравенство выполняется тогда, когда a=b Получаем $\frac{x-2}{x+1}=\frac{x+3}{x-1} \leftrightarrow x^2-3x+2=x^2+4x+3=-\frac{1}{7}$

Ответ$-\frac{1}{7}$

5. Решение.
Последовательно получаем: $5^x+(\frac{1}{5})^x>2 \leftrightarrow 5x^2+1>2*5^x \leftrightarrow (5^x-1)^2>0 \leftrightarrow 5^x \neq 1 \leftrightarrow x \neq 0$
Ответ (-∞;0) (0; +∞)
6/ Решение.
Перенесём все члены в левую часть и умножим на 2:
$x^2\log_{25}x \geq \log_{26}x^3+x\log_3 x \leftrightarrow x^2\log_5 x-3x\log_5 x+2x\log_5 x \geq 0 \leftrightarrow (x^2-2x-3)\log_5 x \geq 0 \leftrightarrow (x-3)(x+1)\log_5 x \geq 0$

Заметим, что $x>0$ поэтому $x+1>0$ Получаем: (x-3)$\log_5 x \geq 0$ Решение неравенства: 0$< x \leq 1$ или $x \geq 5$
Ответ $(0;1)$ $(3;\ +\infty)$

7. Последовательно получаем: : $\left\{\begin{array}{c} 5^x+(\frac{1}{5})^x \\ 2^{x^2} \leq 64*2^x \end{array}\right. > 2 \leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 5^{2x}+1>2*5^x \\ 2^{x^2} \leq 2^{x+6} \end{array}\right. \leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} (5^x-1)^2>0 \\ x^2 \leq x+6 \end{array}\right. \leftrightarrow \left\{\begin{array}{c} 5^x \neq 1 \\ x^2-x-6 \leq 0 \end{array}\right. \leftrightarrow$

$\left\{\begin{array}{c} x \neq 0 \\ -2 \leq x \leq 3 \end{array}\right.$
Ответ $[-2;0)$ $(0;3]$

Из второго уравнения находим
$\sin x^2-\sin y^2=0$ Учитывая, что $\sin x-\sin y=1$получаем систему уравнений:
$$\left\{\begin{array}{l} \sin x-\sin y=1 \\ \sin x+\sin y=0 \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} 2\sin x=1 \\ 2\sin y=-1 \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} \sin x=\frac{1}{2} \\ \sin y=-\frac{1}{2} \end{array}\right. \left\{\begin{array}{l} x=(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n\ n \in Z \\ x=(-1)^{K+1}\frac{\pi}{6}+\pi k\ k \in Z \end{array}\right.$$
Ответ $x=(-1)^n\frac{\pi}{6}+\pi n, x=(-1)^{K+1}\frac{\pi}{6}+\pi k\ nk \in Z$

Преподаватель Лосева М.Н.

ОБЪЕКТЫ КОНТРОЛЯ

Тема ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ

№	Результаты обучения	УУ	Количество сущ. операций	
			1.вар	2 вар.
1.	Изучить правила комбинаторики и применять при решении комбинаторных задач. Решать комбинаторные задачи методом перебора и по правилу умножения.	2	7	7
2.	Изучить правила комбинаторики и применять при решении комбинаторных задач. Решать комбинаторные задачи методом перебора и по правилу умножения.	2	3	3
3.	Ознакомиться с биномом Ньютона и треугольником Паскаля. Решать практические задачи с использованием понятий и правил комбинаторики	2	8	8
4	Ознакомиться с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями и перестановками и формулами для их вычисления. Объяснять и применять формулы для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач.	2	5	5
5.	Ознакомиться с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями и перестановками и формулами для их вычисления. Объяснять и применять формулы для вычисления размещений, перестановок и сочетаний при решении задач.	2	5	5
6/	Решать задачи на вычисление вероятностей событий.	2	3	3
7.	Решать задачи на вычисление вероятностей событий.	2	4	4
8.	Ознакомиться с представлением числовых данных и их характеристиками. Решать практические задачи на обработку числовых данных, вычисление их характеристик.	2	6	6
9	Решать задачи на вычисление вероятностей событий.	2	2	2
10	Решать задачи на вычисление вероятностей событий.	2	2	2
			45	45

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ
ВАРИАНТ №1

1. За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки не будут сидеть рядом.
2. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых.
3. В классе 26 учащихся, среди них два друга — Андрей и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе.
4. За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом. Решить способом перестановки
5. За круглый стол на 201 стул в случайном порядке рассаживаются 199 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между девочками будет сидеть один мальчик.
6. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.
7. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.
8. Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг R бытовых приборов на основе коэффициента ценности, равного 0,01 средней цены P, показателей функциональности F, качества Q и дизайна D Каждый из показателей оценивается целым числом от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле
   R=4(2F+2Q+D)-0,01P
   В таблице даны средняя цена и оценки каждого показателя для нескольких моделей электрических мясорубок. Определите наивысший рейтинг представленных в таблице моделей электрических мясорубок.

Модель мясорубки	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	4700	2	4	0
Б	4000	0	1	0
И	5400	0	4	2
Г	4300	3	1	2

9. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
10. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем 36,8 °C, равна 0,81. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется 36,8 °C или выше.

Преподаватель — Лосева М.Н.

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ
ВАРИАНТ №2

1. За круглый стол на 17 стульев в случайном порядке рассаживаются 15 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что девочки будут сидеть рядом.
2. На рок-фестивале выступают группы — по одной от каждой из заявленных стран. Порядок выступления определяется жребием. Какова вероятность того, что группа из Дании будет выступать после группы из Швеции и после группы из Норвегии? Результат округлите до сотых.
3. В классе 21 учащийся, среди них две подруги — Аня и Нина. Учащихся случайным образом разбивают на 7 равных групп. Найдите вероятность того, что Аня и Нина окажутся в одной группе.
4. За круглый стол на 9 стульев в случайном порядке рассаживаются 7 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом. Решить способом круговой перестановки
5. За круглый стол на 201 стул в случайном порядке рассаживаются 199 мальчиков и 2 девочки. Найдите вероятность того, что между девочками будет сидеть один мальчик.
6. На экзамене 40 вопросов. Дима не выучил 6 из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.
7. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков. Результат округлите до сотых.
8. Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг R бытовых приборов на основе коэффициента ценности, равного 0,01 средней цены P, показателей функциональности F, качества Q и дизайна D Каждый из показателей оценивается целым числом от 0 до 4. Итоговый рейтинг вычисляется по формуле
$R=4(2F+2Q+D)-0{,}01P$
В таблице даны средняя цена и оценки каждого показателя для нескольких моделей электрических мясорубок Определите наивысший рейтинг представленных в таблице моделей электрических мясорубок.

Модель мясорубки	Средняя цена	Функциональность	Качество	Дизайн
А	4600	2	0	2
Б	5500	4	3	1
И	4800	4	4	4
Г	4700	2	1	4

9. Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,56. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.
10. Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже чем 36,8 °С, равна 0,7. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура окажется 36,8 °С или выше.

Преподаватель Hloce/ Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
ВАРИАНТ №1
ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ

1. решение:

Число способов рассадить 9 человек по девяти стульям равняется 9! (1 б)

Неблагоприятным для нас исходом будет вариант рассадки, когда на "первом" стуле сидит девочка, и на соседнем справа сидит девочка, а на остальных семи произвольно рассажены мальчики. Количество таких исходов равно 2*1*7!. (1 б)Так как "первым" стулом может быть любой из девяти стульев (стулья стоят по кругу), то количество благоприятных исходов нужно умножить на 9. (1 б)

Таким образом, вероятность того, что обе девочки не будут сидеть рядом равна $1 - \frac{9*2*1*7!}{9!} = 1 - \frac{1}{4} = 0{,}75$ (3 б)

Ответ 0,75 (1б)

2. решение:

Общее количество выступающих на фестивале групп для ответа на вопрос неважно. Сколько бы их ни было, для указанных стран есть 6 способов взаимного расположения среди выступающих (Д — Дания, Ш — Швеция, Н — Норвегия):

...Д...Ш...Н..., ...Д...Н...Ш..., ...Ш...Н...Д..., ...Ш...Д...Н..., ...Н...Д...Ш..., ...Н...Ш...Д... (1б)

Дания находится после Швеции и Норвегии в двух случаях. Поэтому вероятность того, что группы случайным образом будут распределены именно так, равна

$\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$(1б)

Пусть требуется найти вероятность того, что датские музыканты окажутся последними среди n выступающих от разных государств групп. Поставим команду Дании на последнее место и найдем количество перестановок без повторений из n-1 предыдущих групп: оно равно (n-1)! Общее количество перестановок из всех n групп равно n!$\frac{(n-1)!}{n!} = n$ Поэтому искомая вероятность равна n (1б)

3. Всего способов выбрать 13 учащихся из 26 учащихся класса равно C_{26}^{13} (1б) Выбрать пару «Андрей и Сергей» и поместить их в одну из двух групп можно $C_2^1 = 2$ способами. (1б) Добавить в эту группу еще одиннадцать из оставшихся 24 учащихся можно C_{24}^{11} способами. (1б) Поэтому вероятность того, что мальчики окажутся в одной группе, равна

$\frac{C_2^1 * C_{24}^{11}}{C_{26}^{13}} = \frac{2*\frac{24!}{11!*13!}}{\frac{26!}{13!*13!}} = \frac{2*12*13}{25*26} = 0{,}48$ (4б)

Ответ 0,48(1б)

4. Число способов рассадить 9 человек по девяти стульям равно 9! (1б) Благоприятным является случай, когда на «первом» стуле сидит «первая» девочка, на соседнем справа сидит «вторая» девочка, а на остальных семи стульях произвольным образом рассажены мальчики. (1б) Поскольку выбрать «первую» девочку можно двумя способами, количество таких исходов равно 2*7! (1б) А так как «первым» стулом может быть любой из девяти стульев (стулья стоят по кругу), количество благоприятных исходов нужно умножить на 9. Таким образом, вероятность того, что обе девочки будут сидеть рядом, равна

$9 * \frac{2*1*7!}{9!} = \frac{1}{4} = 0{,}25$ (2б)

Ответ 0,25(1б)

5. Всего способов рассадить 201 человек на 201 стул равно 201! (1б) Из них благоприятным является случай, когда на «первом» стуле сидит девочка (на это есть два варианта), через один стул справа от неё сидит девочка (один вариант), а на остальных ста девяноста девяти стульях произвольно рассажены мальчики (199! вариантов).

Всего 2*1*199! благоприятных исхода. (1б) Так как «первым» стулом может быть любой из двухсот одного стула (стулья стоят по кругу), количество благоприятных исходов нужно умножить на 201. (1б) Таким образом, вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик равна

$201 * \frac{2*1*199!}{201!} = \frac{2}{200} = 0{,}01$(1б)

Ответ 0,01(1б)

6. Решение.

Андрей выучил 60 – 3 = 57 вопросов. (1б) Поэтому вероятность того, что на экзамене ему попадется выученный вопрос равна

$\frac{8}{20} = \frac{4}{10} = 0{,}4$(1б)

Ответ 0,4(1б)

7. Решение.

Количество исходов, при которых в результате броска игральных костей выпадет 8 очков, равно 5: 2+6, 3+5, 4+4, 5+3, 6+2. (1б) Каждый из кубиков может выпасть шестью вариантами, поэтому общее число исходов равно 6·6 = 36. (1б)Следовательно, вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков, равна

$\frac{5}{36} = 0{,}138$(1б)

Ответ. 0,14(1б)

8. Решение.

Рассмотрим все варианты.

Модель А: R=4(4+8+0)-47=1

Модель Б: R=4(0+2+0)-40=-32

Модель В: R=4(0+8+2)-54=-14

Модель Г: R=4(6+2+2)-43=-3

Тем самым, наивысший рейтинг имеет модель А, он равен 1

(5б)

Ответ: 1. (1б)

9. Решение.

Возможность выиграть первую и вторую партию не зависят друг от друга. Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей: 0,52 · 0,3 = 0,156. (1б)

Ответ: 0,156. (1б)

10. Решение.

Указанные события противоположны, поэтому искомая вероятность равна 1 − 0,81 = 0,19. (1б)

Ответ: 0,19. (1б)

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКИ
ВАРИАНТ №2

1. решение

Число способов рассадить 17 человек по девяти стульям равняется 17!

Неблагоприятным для нас исходом будет вариант рассадки, когда на "первом" стуле сидит девочка, и на соседнем справа сидит девочка, а на остальных семи произвольно рассажены мальчики. Количество таких исходов равно 2*1*15!. Так как "первым" стулом может быть любой из девяти стульев (стулья стоят по кругу), то количество благоприятных исходов нужно умножить на 9.

Ответ 9

Таким образом, вероятность того, что обе девочки не будут сидеть рядом равна $1-\frac{17*2*1*15!}{17!}=\frac{2}{16}=0{,}125$

2. решение:

Общее количество выступающих на фестивале групп для ответа на вопрос неважно. Сколько бы их ни было, для указанных стран есть 6 способов взаимного расположения среди выступающих (Д — Дания, Ш — Швеция, Н — Норвегия):

...Д...Ш...Н..., ...Д...Н...Ш..., ...Ш...Н...Д..., ...Ш...Д...Н..., ...Н...Д...Ш..., ...Н...Ш...Д...

Дания находится после Швеции и Норвегии в двух случаях. Поэтому вероятность того, что группы случайным образом будут распределены именно так, равна

$$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\approx 0{,}33$$

Пусть требуется найти вероятность того, что датские музыканты окажутся последними среди n выступающих от разных государств групп. Поставим команду Дании на последнее место и найдем количество перестановок без повторений из n-1 предыдущих групп: оно равно (n-1)! Общее количество перестановок из всех n групп равно n!$\frac{(n-1)!}{n!}=$ n Поэтому искомая вероятность равна n

3. Всего способов выбрать 3 учащихся из 21 учащегося класса равно C_{21}^{3} Выбрать пару «Аня и Нина» и поместить их в одну из семи групп можно C_7^1 способами. Добавить в эту группу еще одного из оставшихся 19 учащихся можно C_{19}^1 способами. Поэтому вероятность того, что девочки окажутся в одной группе равна

$$\frac{C_7^1*C_{19}^1}{C_{21}^3}=\frac{7*19}{7*10*19}=\frac{1}{10}$$

Ответ 1/10

4. Напомним, что число способов, которыми можно расположить n различных объектов по n расположенным по кругу местам равно $(n-1)!$ Поэтому посадить за круглым столом 9 детей можно 8! способами. Объединим двух девочек в пару, это можно сделать двумя способами; рассадить по кругу 7 мальчиков и эту неделимую пару можно 7! способами. Тем самым, посадить детей требуемым образом можно $2\cdot 7!$ способами, поэтому искомая вероятность равна

$$\frac{2*7!}{8!}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}=0{,}25$$

Ответ 0,25

5. Всего способов рассадить 201 человек на 201 стул равно 201! Из них благоприятным является случай, когда на «первом» стуле сидит девочка (на это есть два варианта), через один стул справа от неё сидит девочка (один вариант), а на остальных ста девяноста девяти стульях произвольно рассажены мальчики (199! вариантов). Всего 2*1*199! благоприятных исхода. Так как «первым» стулом может быть любой из двухсот одного стула (стулья стоят по кругу), количество благоприятных исходов нужно умножить на 201. Таким образом, вероятность того, что между двумя девочками будет сидеть один мальчик равна

$$201*\frac{2*1*199!}{201!}=\frac{2}{200}=0{,}01$$

Ответ 0,01

6. Решение.

Дима выучил 40 – 6 = 34 вопроса. Поэтому вероятность того, что на экзамене ему попадется выученный вопрос равна

$$\frac{34}{40}=\frac{17}{20}=0{,}85$$

Ответ 0,85

7. Решение.

Количество исходов, при которых в результате броска игральных костей выпадет 5 очков, равно 4: 2+3, 3+2, 4+1, 1+4. Каждый из кубиков может выпасть шестью вариантами, поэтому общее число исходов равно $6\cdot 6=36$. Следовательно, вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков, равна

$$\frac{4}{36}=0{,}111$$

Ответ 0,11

8. Решение.

Рассмотрим все варианты.

Модель А: R=4(4+0+2)-46=-22

Модель Б: R=4(8+6+1)-55=5

Модель В: R=4(8+8+4)-48=32

Модель Г: R=4(4+2+4)-47=-7

Тем самым, наивысший рейтинг имеет модель В, он равен 32.

Ответ: 32.

9. Решение.

Возможность выиграть первую и вторую партию не зависят друг от друга. Вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей: $0{,}56 \cdot 0{,}3 = 0{,}168$.

Ответ: 0,168.

10. Решение.

Указанные события противоположны, поэтому искомая вероятность равна $1 - 0{,}7 = 0{,}3$.

Ответ: 0,3.

Преподаватель Лосева М.Н.

ОБЪЕКТЫ КОНТРОЛЯ

Тема Прямые и плоскости в пространстве

№	Результаты обучения	УУ	Количество сущ. операций	
			1.вар	2 вар.
1.	Решать задачи на вычисление геометрических величин. Описывать расстояние от точки до прямой	2	4	4
2	Решать задачи на вычисление геометрических величин. Описывать расстояние от точки до плоскости	2	5	5
3	Решать задачи на вычисление геометрических величин. Описывать от прямой до плоскости	2	6	6
4	Решать задачи на вычисление геометрических величин. Описывать расстояние между скрещивающими прямыми	2	4	4
5	Решать задачи на вычисление геометрических величин. Описывать расстояние между плоскостями	2	5	5
6	Применять признаки и свойства расположения прямых и плоскостей при решении задач. Изображать на рисунках и конструировать на моделях перпендикуляры и наклонные к плоскости, прямые, параллельные плоскости, углы между прямой и плоскостью и обосновывать построение.	2	4	4
7	Применять признаки и свойства расположения прямых и плоскостей при решении задач. Изображать на рисунках и конструировать на моделях перпендикуляры и наклонные к плоскости, прямые, параллельные плоскости, углы между прямой и плоскостью и обосновывать построение.	2	4	4
			32	32

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема Прямые и плоскости в пространстве

ВАРИАНТ №1

1.В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все ребра равны 1.

а) Докажите, что расстояние от точки C до плоскости ADD_1 меньше, чем расстояние от точки C до прямой AD_1.

б) Найдите расстояние от точки C до прямой AD_1

2. В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB, равной $2\sqrt{10}$ высота призмы равна $2\sqrt{5}$

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью BCM, где M — середина ребра A_1C_1, является прямоугольной трапецией.

б) Найдите расстояние от точки C_1 до плоскости BCM, где M — середина ребра A_1C_1.

3. Расстояние между боковыми ребрами AA_1 и BB_1 прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равно 5, а расстояние между боковыми ребрами AA_1 и CC_1 равно 8. Найдите расстояние от прямой AA_1 до плоскости BC_1C, если известно, что двугранный угол призмы при ребре AA_1 равен 60°.

4/ Дана пирамида SABC, в которой $SC=SB=AB=AC=\sqrt{17}$ $SA=BC=25$

а) Докажите, что ребро SA перпендикулярно ребру BC.

б) Найдите расстояние между ребрами BC и SA.

5. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 2.

а) Докажите, что плоскости A_1BD и B_1D_1C параллельны.

б) Найдите расстояние между плоскостями A_1BD и B_1D_1C.

6. а) Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Докажите, что все грани тетраэдра ACB_1D_1 — равные треугольники (тетраэдр, обладающий таким свойством, называют равногранным).

б) В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между плоскостью A_1BC и прямой BC_1, если $AA_1 = 8$, $AB = 6$, $BC = 15$.

7. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны рёбра $AB = 35$, $AD = 12$, $CC_1 = 21$.

а) Докажите, что высоты треугольников ABD и A_1BD, проведённые к стороне BD, имеют общее основание.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и A_1DB.

Преподаватель Ноъ Лосева М.Н.

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема Прямые и плоскости в пространстве
ВАРИАНТ №2

1. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ все ребра равны 1.

а) Докажите, что $BD_1 \perp AC$.

б) Найдите расстояние от точки C до прямой BD_1

2.В основании прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит равнобедренный прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB, равной $4\sqrt{10}$ высота призмы равна $4\sqrt{5}$

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью BCM, где M — середина ребра A_1C_1, является прямоугольной трапецией.

б) Найдите расстояние от точки C_1 до плоскости BCM, где M — середина ребра A_1C_1.

3. Расстояние между боковыми ребрами AA_1 и BB_1 прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ равно 3, а расстояние между боковыми ребрами AA_1 и CC_1 равно 5. Найдите расстояние от прямой AA_1 до плоскости BC_1C, если известно, что двугранный угол призмы при ребре AA_1 равен 60°.

4/ Дана пирамида SABC, в которой $SC=SB=AB=AC=\sqrt{19}$ $SA=BC=2\sqrt{6}$

а) Докажите, что ребро SA перпендикулярно ребру BC.

б) Найдите расстояние между ребрами BC и SA.

5. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с ребром 2.

а) Докажите, что плоскости A_1BD и B_1D_1C параллельны.

б) Найдите расстояние между плоскостями A_1BD и B_1D_1C.

6. а) Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Докажите, что все грани тетраэдра ACB_1D_1 — равные треугольники (тетраэдр, обладающий таким свойством, называют равногранным).

б) В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите угол между плоскостью A_1BC и прямой BC_1, если $AA_1 = 3$, $AB = 4$, $BC = 4$.

7. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны рёбра $AB = 35$, $AD = 12$, $CC_1 = 21$.

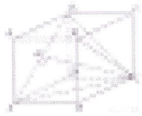
а) Докажите, что высоты треугольников ABD и A_1BD, проведённые к стороне BD, имеют общее основание.

б) Найдите угол между плоскостями ABC и A_1DB.

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
ВАРИАНТ №1

1.Решение.



Проведем отрезки CD_1 и АС.

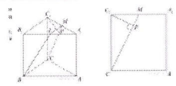
а) Проекция точки С на плоскость ADD_1 — точка D. Пусть Н − проекция С на AD_1. Треугольник CDH прямоугольный с гипотенузой СН, поэтому $CD < CH$.

б) Искомое расстояние равно длине перпендикуляра СН, проведенного к прямой AD_1. Этот перпендикуляр является медианой равностороннего треугольника ACD_1 со стороной $\sqrt{2}$

$$CH = \sqrt{2} * \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (4б)

2.Решение.



а) Плоскость ВСМ пересекает плоскость $A_1B_1C_1$ по прямой ML параллельной прямым ВС и B_1C_1 Поскольку призма прямая и

$< BCA =< B_1C_1A_1$ прямая LM перпендикулярна грани ACC_1A_1 поэтому LM. Таким образом, LMCB — прямоугольная трапеция.

б) Пусть C_1P — высота треугольника CC_1M. Используя пункт а), получаем, что $C_1P \perp LM$ и, следовательно, ВСМ Отсюда следует, что расстояние от точки C_1 до плоскости ВСМ равно длине отрезка C_1P

Найдём C_1P из треугольника CC_1M

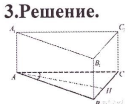
$C_1M = \frac{1}{2}A_1C_1 = \frac{1}{2}AB\frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}$

По теореме Пифагора: $CM = \sqrt{CC_1^2 + C_1M^2} = 5$ Найдём C_1P

$$C_1M = \frac{C_1C * C_1M}{CM} = \frac{1\sqrt{5}\sqrt{5}}{5} = 2$$

Ответ: 2. (5б)

3.Решение.



Поскольку $ABCA_1B_1C_1$ — прямая призма, ее боковые грани — прямоугольники, следовательно, расстояние между боковыми ребрами AA_1 и BB_1 равно АВ а расстояние между боковыми

ребрами AA_1 и CC_1 равно АС Кроме того, угол ВАС — линейный угол двугранного угла при ребре

Таким образом, АВ=5 АС=8 $< BAC = 60^0$

Пусть отрезок АН — высота основания АВС (см. рисунок). Поскольку $AH \perp BC$ и $AH \perp BB_1$ то $AH \perp BCC_1$ и, значит, длина отрезка АН и есть искомое расстояние от прямой AA_1 до параллельной ей плоскости BC_1C

Рассматривая треугольник АВС находим:

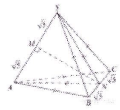
$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB * AC * COS < BAC} = \sqrt{25 + 64 - 2 * 5 * 0{,}5} = 7$

$$2S_{\Delta ABC} = AB * AC * \sin < BAC = 5 * 8 * \sin 60^0 = 20\sqrt{3}$$

$$AH = \frac{S_{\Delta ABC}}{BC} = \frac{20\sqrt{3}}{7}$$

Ответ $\frac{20\sqrt{3}}{7}$

4. Решение. (6б)



а) Заметим, что треугольники SBC и ABC равны по трем сторонам. Они являются равнобедренными и имеют общее основание. Проведем медианы SN и AN к этому основанию. Они попадут в одну точку точку N, которая является серединой BC и будут являться высотами данных треугольников. Тем самым, прямая BC перпендикулярна двум пересекающимся прямым плоскости ASN, а значит, и всей этой плоскости. Но тогда прямая BC перпендикулярна любой прямой плоскости ASN. В частности, перпендикулярна прямой SA. Quod erat demonstrandum.

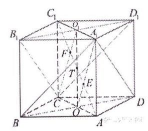
б) Построим высоту NM треугольника ASN. Заметим, что NM является общим перпендикуляром прямых AS (по построению) и BC, поскольку NM лежит в плоскости ASN. Тогда длина NM и есть искомое расстояние между скрещивающимися прямыми AS и BC.

Заметим, что SN=AN= $\sqrt{17-5} = \sqrt{12}$ Тогда треугольник SNA равнобедренный, его высота NM является также медианой, а тогда из прямоугольного треугольника AMN находим:

$$NM = \sqrt{AN^2 - AM^2} = \sqrt{12-5} = \sqrt{7}$$

Ответ: б) $\sqrt{7}$(4б)

5.Решение.



а) Рассмотрим плоскость, проходящую через вершины A_1, B и D куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Ортогональная проекция AC диагонали AC_1 куба на плоскость основания ABCD перпендикулярна прямой BD, поэтому AC_1 и BD перпендикулярны по теореме о трех перпендикулярах. Аналогично, AC_1 перпендикулярна DA_1. Значит, по признаку перпендикулярности прямой и плоскости, диагональ AC_1 перпендикулярна плоскости треугольника DA_1B. Аналогично докажем, что плоскость треугольника D_1B_1C перпендикулярна диагонали AC_1. Плоскости, перпендикулярные одной и той же прямой, параллельны между собой. Это и требовалось доказать.

б) Рассмотрим сечение AA_1C_1C пусть E и F — основания высот AE и C_1F прямоугольных треугольников A_1AO и CC_1O_1 соответственно. Тогда искомое расстояние между плоскостями равно длине отрезка EF. Катетами указанных треугольников являются ребро куба и половина диагонали грани куба. Тем самым, эти треугольники равны, а тогда равны и их высоты, проведенные к гипотенузам. Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна произведению катетов, деленному на гипотенузу, поэтому

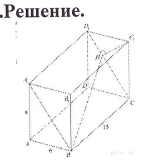
C_1F=AE=$\frac{AA_1*AO}{A_1*0} = \frac{2*\sqrt{2}}{\sqrt{4+2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

а тогда

$$EF = AC_1 - AE - C_1F = 2\sqrt{3} - \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Ответ $\frac{2\sqrt{3}}{3}$(5б)

6.Решение.



а) Противоположные грани прямоугольного параллелепипеда — равные прямоугольники, поэтому их диагонали равны. Таким образом, CB_1=AD_1 AB_1=CD_1 Значит все грани равны по третьему признаку равенства треугольников.

б) Сечение плоскостью A_1BC есть прямоугольник A_1BCD_1.

Из точки C_1 проведем перпендикуляр C_1H к CD_1. BH — проекция BC_1 на плоскость A_1BC. Значит, нужно найти угол C_1BH.

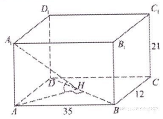
В прямоугольном треугольнике D_1C_1C находим:

$$C_1H = \frac{D_1C_1 * C_1C}{D_1C} = \frac{24}{5}$$

В прямоугольном треугольнике BCC_1 находим: $BC_1 = 17$.

В прямоугольном треугольнике C_1HB находим: $\sin < B = \frac{C_1H}{BC_1} = \frac{24}{85} = \arcsin\frac{24}{85}$ (4б)

7.Решение.



а) Проведем высоту AH в треугольнике ABD. Поскольку проекция прямой A_1H на плоскость ABCD это прямая AH, то $A_1H \perp BD$ по теореме о трех перпендикулярах. Что и требовалось.

б) Из треугольника ABD находим

$$AH = \frac{2S_{ABD}}{BD} = \frac{12 * 35}{\sqrt{35^2 + 12^2}} = \frac{420}{37}$$

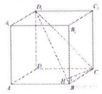
$$< (ABC, A_1H) = \text{arctg}\frac{37}{20}$$

Ответ: б) $\text{arctg}\frac{37}{20}$(4б)

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
ВАРИАНТ №2

1.Решение.



а) Проекция BD_1 на плоскость ABCD — это прямая BD. BD⊥AC (диагонали квадрата), поэтому,

по теореме о трех перпендикулярах, .

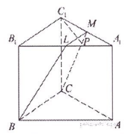
б) Проведем отрезок CD_1 и опустим перпендикуляр CH на BD_1.

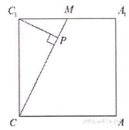
Искомое расстояние равно высоте CH прямоугольного треугольника BCD_1 с прямым углом C:

$$CH = \frac{2S_{BCD_1}}{BD_1} = \frac{CD_1 * BC}{BD_1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{6}}{3}$

2.Решение.





а) Плоскость BCM пересекает плоскость $A_1B_1C_1$ по прямой ML параллельной прямым BC и B_1C_1 Поскольку призма прямая и

$< BCA =< B_1C_1A_1$ прямая LM перпендикулярна грани ACC_1A_1 поэтому LM. Таким образом, LMCB — прямоугольная трапеция.

б) Пусть C_1P — высота треугольника CC_1M. Используя пункт а), получаем, что C_1P⊥LM и, следовательно, BCM Отсюда следует, что расстояние от точки C_1 до плоскости BCM равно длине отрезка C_1P

Найдём C_1P из треугольника CC_1M

$C_1M = \frac{1}{2}A_1C_1 = \frac{1}{2}AB\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}$

По теореме Пифагора: $CM = \sqrt{CC_1^2 + C_1M^2} = 5$ Найдём C_1P

$$C_1M = \frac{C_1C * C_1M}{CM} = \frac{4\sqrt{5} * 2\sqrt{5}}{10} = 4$$

Ответ: 4.

3.Решение.

Поскольку $ABCA_1B_1C_1$ — прямая призма, ее боковые грани — прямоугольники, следовательно, расстояние между боковыми ребрами AA_1 и BB_1 равно AB а расстояние между боковыми

ребрами AA_1 и CC_1 равно AC Кроме того, угол BAC — линейный угол двугранного угла при ребре

Таким образом, AB=5 AC=8 $< BAC = 60^0$

Пусть отрезок AH — высота основания ABC (см. рисунок). Поскольку AH⊥BC и AH⊥BB_1 то AH⊥BCC_1 и, значит, длина отрезка AH и есть искомое расстояние от прямой AA_1 до параллельной ей плоскости BC_1C

Рассматривая треугольник ABC находим:

$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2AB * AC * COS < BAC} = \sqrt{9 + 25 - 2 * 3 * 5 * 0,5} = \sqrt{19}$

$$2S_{\Delta ABC} = AB * AC * \sin < BAC = 3 * 5 * \sin 60^0 = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$AH = \frac{S_{\Delta ABC}}{BC} = \frac{15\sqrt{3}}{2\sqrt{19}}$$

Ответ $\frac{15\sqrt{3}}{2\sqrt{19}}$

4.Решение.

а) Заметим, что треугольники SBC и ABC равны по трем сторонам. Они являются равнобедренными и имеют общее основание. Проведем медианы SN и AN к этому основанию. Они попадут в одну точку точку N, которая является серединой BC и будут являться высотами данных треугольников. Тем самым, прямая BC перпендикулярна двум пересекающимся прямым плоскости ASN, а значит, и всей этой плоскости. Но тогда прямая BC перпендикулярна любой прямой плоскости ASN. В частности, перпендикулярна прямой SA. Quod erat demonstrandum.

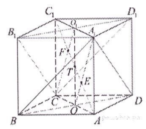
б) Построим высоту NM треугольника ASN. Заметим, что NM является общим перпендикуляром прямых AS (по построению) и BC, поскольку NM лежит в плоскости ASN. Тогда длина NM и есть искомое расстояние между скрещивающимися прямыми AS и BC.

Заметим, что SN=AN= $\sqrt{19-6}=\sqrt{13}$ Тогда треугольник SNA равнобедренный, его высота NM является также медианой, а тогда из прямоугольного треугольника AMN находим:

$$\mathrm{NM}=\sqrt{\mathrm{AN}^2-\mathrm{AM}^2}=\sqrt{13-6}=\sqrt{7}$$

Ответ: б) $\sqrt{7}$

5.Решение.



а) Рассмотрим плоскость, проходящую через вершины A_1, B и D куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Ортогональная проекция AC диагонали AC_1 куба на плоскость основания ABCD перпендикулярна прямой BD, поэтому AC_1 и BD перпендикулярны по теореме о трех перпендикулярах. Аналогично, AC_1 перпендикулярна DA_1. Значит, по признаку перпендикулярности прямой и плоскости, диагональ AC_1 перпендикулярна плоскости треугольника DA_1B. Аналогично докажем, что плоскость треугольника D_1B_1C перпендикулярна диагонали AC_1. Плоскости, перпендикулярные одной и той же прямой, параллельны между собой. Это и требовалось доказать.

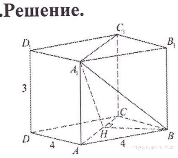
б) Рассмотрим сечение AA_1C_1C пусть E и F — основания высот AE и C_1F прямоугольных треугольников A_1AO и CC_1O_1 соответственно. Тогда искомое расстояние между плоскостями равно длине отрезка EF. Катетами указанных треугольников являются ребро куба и половина диагонали грани куба. Тем самым, эти треугольники равны, а тогда равны и их высоты, проведенные к гипотенузам. Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, равна произведению катетов, деленному на гипотенузу, поэтому

$C_1F=AE=\frac{AA_1*AO}{A_1*0}=\frac{2*\sqrt{2}}{\sqrt{4+2}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

а тогда

$$\mathrm{EF}=\mathrm{AC}_1-\mathrm{AE}-\mathrm{C}_1\mathrm{F}=2\sqrt{3}-\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

6.Решение.



а) Противоположные грани прямоугольного параллелепипеда — равные прямоугольники, поэтому их диагонали равны. Таким образом, $AC=B_1D_1$ $CB_1=AD_1$ $AB_1=CD_1$ Значит все грани равны по третьему признаку равенства треугольников.

б) Сечение плоскостью A_1BC есть прямоугольник A_1BCD_1.

Из точки B проведем перпендикуляр BH к AC. A_1H — проекция A_1B на плоскость AA_1C. Значит, нужно найти угол BA_1H

В прямоугольном треугольнике ABC находим: BH=$2\sqrt{2}$

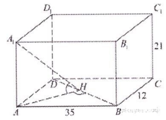
$$\mathrm{C_1H}=\frac{\mathrm{D_1C_1}*\mathrm{C_1C}}{\mathrm{D_1C}}=\frac{24}{5}$$

В прямоугольном треугольнике A_1AB находим: $A_1B=5$.

В прямоугольном треугольнике A_1HB находим: $\sin<B=\frac{BH}{A_1B}\_\frac{2\sqrt{2}}{5}=\arcsin\frac{2\sqrt{2}}{5}$

Ответ $\arcsin\frac{2\sqrt{2}}{5}$

7.Решение.



а) Проведем высоту AH в треугольнике ABD. Поскольку проекция прямой A_1H на плоскость ABCD это прямая AH, то $A_1H \perp BD$ по теореме о трех перпендикулярах. Что и требовалось.

б) Из треугольника ABD находим

$$AH = \frac{2S_{ABD}}{BD} = \frac{12 * 35}{\sqrt{35^2 + 12^2}} = \frac{420}{37}$$

$$< (ABC, A_1H) = \mathrm{arctg}\frac{37}{20}$$

Ответ: б) $\mathrm{arctg}\frac{37}{20}$

Преподаватель Лосева М.Н.

ОБЪЕКТЫ КОНТРОЛЯ
ГЕОМЕТРИЯ

№	**Результаты обучения**	УУ	Количество сущ. операций	
			1.вар	2 вар.
1.	Изображать многогранники и выполнять построения на изображениях и на моделях многогранников. Изображать основные многогранники и выполнять рисунки по условиям задач. Строить простейшие сечения призмы. Применять факты и сведения из планиметрии. Решать задачи на вычисление площадей плоских фигур, применяя соответствующие формулы и факты из планиметрии.	2	4	4
2.	Изображать многогранники и выполнять построения на изображениях и на моделях многогранников. Изображать основные многогранники и выполнять рисунки по условиям задач. Строить простейшие сечения пирамиды. Применять факты и сведения из планиметрии. Решать задачи на вычисление площадей плоских фигур, применяя соответствующие формулы и факты из планиметрии.	2	10	10
3.	Изображать многогранники и выполнять построения на изображениях и на моделях многогранников. Изображать основные многогранники и выполнять рисунки по условиям задач. Строить простейшие сечения куба. Применять факты и сведения из планиметрии. Решать задачи на вычисление площадей плоских фигур, применяя соответствующие формулы и факты из планиметрии.	2	4	4
4.	Изучить формулы для вычисления площадей поверхностей многогранников и тел вращения. Ознакомиться с методом вычисления площади поверхности сферы. Решать задачи на вычисление площадей поверхности пространственных тел.	2	4	4
5	Решать задачи на вычисление площадей поверхности пространственных тел.	2	2	2
6.	Решать задачи на вычисление площадей поверхности пространственных тел.	2	2	2
7	Изучить теоремы о вычислении объемов пространственных тел, решать задачи на применение формул вычисления объемов	2	4	4
8	Решать задачи на построение сечений, на вычисление длин, расстояний, углов, площадей. Проводить доказательные рассуждения при решении задач.	2	3	3
		2	33	33

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема **ГЕОМЕТРИЯ**
ВАРИАНТ №1

1. В основании правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит треугольник со стороной 6. Высота призмы равна 4. Точка N — середина ребра A_1C_1.

а) Постройте сечение призмы плоскостью BAN.

б) Найдите периметр этого сечения.

2. В правильной четырехугольной пирамиде PABCD, все ребра которой равны 4, точка K — середина бокового ребра AP.

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку K и параллельной прямым PB и BC.

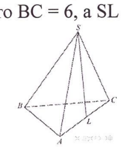
б) Найдите площадь сечения.

3. Точки P и Q — середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ соответственно.

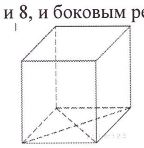
а) Докажите, что прямые B_1P и QB перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку P и перпендикулярной прямой BQ, если ребро куба равно 10.

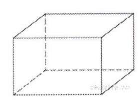
4. В правильной треугольной пирамиде SABC точка L — середина ребра AC, S — вершина. Известно, что BC = 6, а SL = 5. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



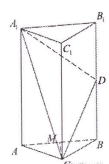
5. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8, и боковым ребром, равным 10.



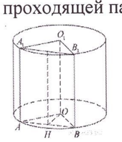
6. Ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 2, 3. Найдите его площадь поверхности.



7. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ боковое ребро равно $\mathbf{2\sqrt{3}}$ а ребро основания равно 1. Точка D — середина ребра BB_1. Найдите объём пятигранника $ABCA_1D$.



8. Высота цилиндра равна 5, а радиус основания 10. Найдите площадь сечения цилиндра плоскостью, проходящей параллельно оси цилиндра на расстоянии 6 от неё.



Преподаватель Лосева М.Н.

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ

по УД, МДК: «Математика»

Тема Кинематика

1.В основании правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ лежит треугольник со стороной 6. Высота призмы равна 4. Точка N — середина ребра A_1C_1.

а) Постройте сечение призмы плоскостью BAN.

б) Найдите периметр этого сечения.

2.В правильной четырехугольной пирамиде PABCD, все ребра которой равны 8, точка K — середина бокового ребра AP.

а) Постройте сечение пирамиды плоскостью, проходящей через точку K и параллельной прямым PB и BC.

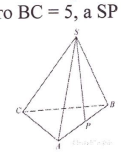
б) Найдите площадь сечения.

3.Точки P и Q — середины рёбер AD и CC_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ соответственно.

а) Докажите, что прямые B_1P и QB перпендикулярны.

б) Найдите площадь сечения куба плоскостью, проходящей через точку P и перпендикулярной прямой BQ, если ребро куба равно 10.

4. В правильной треугольной пирамиде SABC точка P — середина ребра AB, S — вершина. Известно, что BC = 5, а SP = 6. Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.



5. Ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 2 и 7. Найдите его площадь поверхности.

6. Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями, равными 6 и 8, и боковым ребром, равным 10.

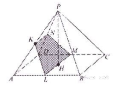
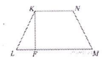
7. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ боковое ребро равно $4\sqrt{3}$ а ребро основания равно 4. Точка D — середина ребра BB_1. Найдите объём пятигранника $ABCA_1D$.

8.Радиус основания конуса с вершиной P равен 6, а длина его образующей равна 9. На окружности основания конуса выбраны точки A и B, делящие окружность на две дуги, длины которых относятся как 1 : 5. Найдите площадь сечения конуса плоскостью ABP.

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
ВАРИАНТ №1

1.Решение.

а) Проведём через точку N прямую, параллельную прямой AB, до пересечения с прямой B_1C_1 в точке K. Трапеция ABKN — искомое сечение.

б) Имеем $A_1N= 3$, так как точка N — середина ребра A_1C_1. Значит, $AN = \sqrt{16+9} = 5$ Аналогично BK = 5.

Далее NK = 3 как средняя линия треугольника $A_1B_1C_1$. Следовательно, искомый периметр сечения равен 6 + 5 + 5 + 3 = 19.

Ответ: 19. (4б)

2.Решение.

а) В плоскости ABP через точку K проведем прямую, параллельную прямой PB до пересечения ее с прямой AB в точке L — середине AB. В основании ABCD через точку L проведем прямую, параллельную прямой BC до пересечения ее с ребром CD в точке M — его середине. По признаку параллельности прямой и плоскости плоскость KLM параллельна прямым PB и BC. Прямая LM параллельна прямой AD, следовательно, она параллельна плоскости APD, а, значит, плоскость KLM пересекает плоскость APD по прямой, параллельной LM и пересекает ребро PD в его середине N.

Таким образом, искомое сечение — трапеция KLMN.

б) Отрезки KL и MN равны, как средние линии равных правильных треугольников ABP и DCP, а отрезок LM — средняя линия квадрата ABCD, следовательно, построенное сечение — равнобедренная трапеция, в которой LM = 4, KL = KN = MN = 2. Проведем высоту KF этой трапеции. Тогда $LF = \frac{LM-KN}{2} = 1$ и из прямоугольного треугольника KLF находим $KF = \sqrt{KL^2 - LF^2} = \sqrt{3}$

Окончательно получаем $S_{KLMN} = \frac{KM+KN}{2} * KF = 3\sqrt{3}$

Ответ: $3\sqrt{3}$ (10б)

3.Решение. а) Проведём отрезок BR_1, параллельный AP_1 Пусть M — точка пересечения отрезков B_1R и QB Треугольник BMR прямоугольный с прямым углом при вершине M Это следует из равенства треугольников RB_1B и QBC Значит, прямые QB и B_1R перпендикулярны. Прямые QB и PR перпендикулярны, так как прямая PR перпендикулярна плоскости DCC_1 Поэтому прямая QB перпендикулярна плоскости A_1B_1P, и, следовательно, прямая QB перпендикулярна прямой B_1P

б) Указанное сечение — прямоугольник A_1B_1RP Его площадь равна $A_1B_1*A_1P=50\sqrt{5}$

Ответ: б) $50\sqrt{5}$ (4б)

4. **Решение.**

Отрезок SL является медианой правильного треугольника SAC, а значит, и его высотой. Боковые грани пирамиды равны, поэтому

$$s_{бок} = 3s_{sac} = 3 * \frac{1}{2}AS * SL = \frac{3}{2}BC * SL = \frac{3}{2} * 6 * 5 = 45$$

Ответ: 45. (4б)

5.Решение.

Сторона ромба a выражается через его диагонали d_1 и d_2 формулой $a = \frac{1}{2}\sqrt{d_1^2 + d_2^2}$

Найдем площадь ромба $s_p = \frac{1}{2}d_1d_2 = 24$

Тогда площадь поверхности призмы равна $S=2S_{осн}+2S_{БОК}=2S_P+4Ah=48+4*5*10=248$

Ответ: 248. (2б)

6/Решение.

Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна удвоенной сумме попарных произведений его измерений

$S=2(1*2+2*3+1*3)=22$

Ответ: 22. (2б)

7/Решение.

Пусть CM — высота треугольника ABC Тогда $CM \perp ABB_1A_1$ по признаку перпендикулярности прямой и плоскости, поскольку в правильной призме $AA_1 \perp ABC$ и, значит, $CM \perp AA_1$ Пятигранник $ABCA_1D$ — четырехугольная пирамида с вершиной в точке C и основанием $ABDA_1$ — прямоугольной трапецией. Высота пирамиды $CM = \frac{\sqrt{3}}{2}$ Площадь основания равна $S_{ABDA_1} = \frac{AA_1 + BD}{2} AB = \frac{8\sqrt{3} + 4\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$

$$V = \frac{1}{3} S_{ABDA_1} * CM = \frac{1}{3} * 6\sqrt{3} * \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$$

Ответ: 3. (4б)

9. **Решение.**

Сечение цилиндра плоскостью, проходящей параллельно его оси OO_1, — прямоугольник ABB_1A_1 (O и AB — соответственно центр и хорда нижнего основания цилиндра), $AA_1 = 5$. Расстояние от оси цилиндра до плоскости сечения равно высоте OH треугольника OAB. OA = OB = 10, OH = 6, откуда

$$AB = 2AH = 2\sqrt{OA^2 - OH^2} = 16$$

Площадь прямоугольника ABB_1A_1

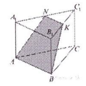
$$S = AA_1 * AB = 80$$

Ответ: 80. (3б)

Преподаватель Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
ВАРИАНТ №2

1. **Решение.**



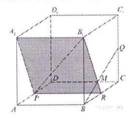
а) Проведём через точку N прямую, параллельную прямой AB, до пересечения с прямой B_1C_1 в точке K. Трапеция AB

A_1N= 3, так как точка N — середина ребра A_1C_1. Значит, $AN = \sqrt{16+9} = 5$ Аналогично BK = 5.

Далее NK = 3 как средняя линия треугольника $A_1B_1C_1$. Следовательно, искомый периметр сечения равен 6 + 5 + 5 + 3 = 19.

Ответ: 19.

2. Решение.



а) В плоскости ABP через точку K проведем прямую, параллельную прямой PB до пересечения ее с прямой AB в точке L — середине AB. В основании ABCD через точку L проведем прямую, параллельную прямой BC до пересечения ее с ребром CD в точке M — его середине. По признаку параллельности прямой и плоскости плоскость KLM параллельна прямым PB и BC. Прямая LM параллельна прямой AD, следовательно, она параллельна плоскости APD, а, значит, плоскость KLM пересекает плоскость APD по прямой, параллельной LM и пересекает ребро PD в его середине N.

Таким образом, искомое сечение — трапеция KLMN.

б) Отрезки KL и MN равны, как средние линии равных правильных треугольников ABP и DCP, а отрезок LM — средняя линия квадрата ABCD, следовательно, построенное сечение — равнобедренная трапеция, в которой LM = 8, KL = KN = MN = 4. Проведем высоту KF этой трапеции. Тогда $LF = \frac{LM-KN}{2} = 2$ и из прямоугольного треугольника KLF находим $KF = \sqrt{KL^2 - LF^2} = 2\sqrt{3}$

Окончательно получаем $S_{KLMN} = \frac{KM+KN}{2} * KF = 12\sqrt{3}$

Ответ: $12\sqrt{3}$

3.Решение.

а) Проведём отрезок BR_1, параллельный AP_1 Пусть M — точка пересечения отрезков B_1R и QB Треугольник BMR прямоугольный с прямым углом при вершине M Это следует из равенства треугольников RB_1B и QBC Значит, прямые QB и B_1R перпендикулярны. Прямые QB и PR перпендикулярны, так как прямая PR перпендикулярна плоскости DCC_1 Поэтому прямая QB перпендикулярна плоскости A_1B_1P, и, следовательно, прямая QB перпендикулярна прямой B_1P

б) Указанное сечение — прямоугольник A_1B_1RP Его площадь равна $A_1B_1*A_1P=8\sqrt{5}$

Ответ: б) $8\sqrt{5}$

4.Решение.

Отрезок SL является медианой правильного треугольника SAC, а значит, и его высотой. Боковые грани пирамиды равны, поэтому

$$s_{бок} = 3s_{SAB} == \frac{3}{2}AB * SP = \frac{3}{2} * 6 * 5 = 45$$

Ответ: 45.

5.Решение.

Сторона ромба a выражается через его диагонали d_1 и d_2 формулой $a = \frac{1}{2}\sqrt{d_1^2 + d_2^2} = 2.5$

Найдем площадь ромба $s_p = \frac{1}{2}d_1d_2 = 6$

Тогда площадь поверхности призмы равна $S=2S_{осн}+2S_{БОК}=2S_P+4Ah=12+4*2.5*3=42$

Ответ: 42

6.Решение.

Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна удвоенной сумме попарных произведений его измерений
S=2(1*2+2*7+1*7)=46
Ответ: 46.

7/Решение.

Пусть CM — высота треугольника ABC Тогда $CM \perp ABB_1A_1$ по признаку перпендикулярности прямой и плоскости, поскольку в правильной призме $AA_1 \perp ABC$ и, значит, $CM \perp AA_1$ Пятигранник $ABCA_1D$ — четырехугольная пирамида с вершиной в точке C и основанием $ABDA_1$ — прямоугольной трапецией. Высота пирамиды $CM = 2\sqrt{3}$Площадь основания равна $S_{ABDA_1} = \frac{AA_1+BD}{2}AB = \frac{4\sqrt{3}+2\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$

$$V = \frac{1}{3}S_{ABDA_1} * CM = \frac{1}{3} * 12\sqrt{3} * 2\sqrt{3} = 24$$

Ответ: 24.

8. **Решение**

Пусть O — центр основания конуса, M — середина хорды AB Дуга AB составляет шестую часть окружности основания, поэтому $< AOB = 60^0$ Треугольник AOB — равносторонний, следовательно, AB=AO=6

Равнобедренный треугольник APB — искомое сечение. Отрезок PM — его высота $PM = \sqrt{AP^2 - AM^2} = 6\sqrt{2}$

Площадь искомого сечения $S = \frac{1}{2}PM * AB = 18\sqrt{2}$

Ответ: $18\sqrt{2}$

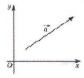
Преподаватель Нлоу Лосева М.Н.

ОБЪЕКТЫ КОНТРОЛЯ
Координаты и векторы

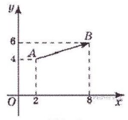
№	Результаты обучения	УУ	Количество сущ. операций	
			1.вар	2 вар.
1.	Изучить свойства векторных величин, правила разложения векторов в трехмерном пространстве, правила нахождения координат вектора в пространстве, правила действий с векторами, заданными координатами.	2	1	1
2.	Изучить свойства векторных величин, правила разложения векторов в трехмерном пространстве, правила нахождения координат вектора в пространстве, правила действий с векторами, заданными координатами.	2	3	3
3.	Применять теорию при решении задач на действия с векторами, на координатный метод, на применение векторов для вычисления величин углов и расстояний.	2	3	3
4	Вычислять расстояния между точками.	2	1	1
5.	Изучить скалярное произведение векторов,	2	4	4
6.	Находить уравнения окружности	2	6	6
7.	Векторное уравнение прямой. Применять теорию при решении задач на действия с векторами, на координатный метод, на применение векторов для вычисления величин углов и расстояний.	2	1	1
8	Векторное уравнение плоскости.	2	6	6
			25	

ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема **Координаты и векторы**
ВАРИАНТ №1

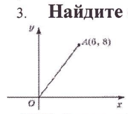
1. Найдите длину вектора $\vec{a}$ (6; 8).



2. **Найдите квадрат длины вектора $\overrightarrow{AB}$**



3. **Найдите синус угла наклона отрезка, соединяющего точки O(0; 0) и A(6; 8), с осью абсцисс.**



4/ Найдите абсциссу середины отрезка, соединяющего точки A(6; 8) и B(−2; 2).

5/ Найти скалярное произведение векторов a и b, если: $|a| = 3,\ |b| = 1,\ \angle(a, b) = 45^\circ$
$|a| = 3,\ |b| = 1,\ \angle(a, b) = 45^\circ$

6.Определить, какие из данных точек $A(0; 11),\ B(13; 0),\ C(6; 7),\ D(2; 4)$ принадлежат окружности $(x-9)^2 + (y-3)^2 = 5^2$ и прямой $2x + 3y - 33 = 0$.

7. Найдите абсциссу точки пересечения прямой, заданной уравнением 3x + 2y = 6, с осью Ox.

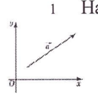
8. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки A={5; -1; 3}, B={2; 2; 0}, C={-1; 1; 1}.

Преподаватель Лосева М.Н.

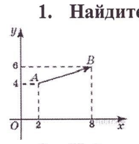
ТЕСТОВЫЙ ЛИСТ
по УД, МДК: «Математика»
Тема **Координаты и векторы**

ВАРИАНТ №2

1 Найдите длину вектора $\vec{a}$ (-10; 24).

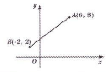


1. **Найдите квадрат длины вектора $\overrightarrow{AB}$**



2. Найдите косинус угла наклона отрезка, соединяющего точки O(0; 0) и A(6; 8), с осью абсцисс.

3. Найдите ординату середины отрезка, соединяющего точки A(6; 8) и B(-2; 2).

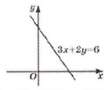


5.. Найти скалярное произведение векторов a и b, если:

$|a|=3,\ |b|=1,\ \angle(a,b)=45^\circ$

6/ Определить, какие из данных точек $A(0;11)$, $B(13;0)$, $C(6;7)$, $D(2;4)$ принадлежат окружности $(x-9)^2+(y-3)^2=5^2$ и прямой $2x+3y-33=0$.

7. Найдите ординату точки пересечения прямой, заданной уравнением 3x + 2y = 6, с осью Оy.



8.Составить уравнение плоскости, проходящей через точки A={5; -1; 3}, B={2; 2; 0}, C={-1; 1; 1}.

Преподаватель   Лосева М.Н.

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
ВАРИАНТ №1

1..Решение.

Длина вектора определяется следующим выражением:

$$\sqrt{6^2+8^2}=10$$

Ответ: 10. (1 б)

2/ Решение.

Длина вектора определяется следующим выражением:

$$\sqrt{(2-8)^2+(6-4)^2}=\sqrt{40}$$

Поэтому $\sqrt{40}^2=40$

Ответ 40 (3б)

3.Решение. Если опустить из точки А перпендикуляр на ось абсцисс, то получится прямоугольный треугольник. Длина

ОА=$\sqrt{(6-0)^2+(8-0)^2}=10$

Поскольку угол находится в первой четверти, синус этого угла положителен:

$$\cos\alpha=\frac{8}{10}=0,8$$

Ответ 0,8 (3 б)

4. Решение.

Абсцисса середины отрезка определяется выражением:

$$x=\frac{6+(-2)}{2}=2$$

Ответ: 2. (1 б)

5/ **Решение:** Известны длины векторов и угол между ними, т.е. следует использовать формулу

$(\vec{a},\vec{b})=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos(\varphi)$

Подставим:

$(\vec{a},\vec{b})=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos(\varphi)=3\cdot1\cdot\cos(45^\circ)=2\frac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

Замечание: угол между векторами острый – скалярное произведение положительно.

Ответ: $\sqrt{2}$ (4 б)

6. Решение.

Чтобы увидеть, принадлежит ли данная точка окружности, прямой или любой другой линии, заданной уравнением, не нужно строить изображение этой линии и отмечать сами точки. Достаточно просто подставить координаты точки в уравнение линии. Сама идея уравнения линии: все точки, координаты которых удовлетворяют этому уравнению, принадлежат линии, остальные – нет:

$A(0;11)$ $(0-9)^2+(11-3)^2-5^2$ $81+64\neq25$ Точка А не лежит на окружности

$2\cdot0+3\cdot11-33=0$ $33-33=0$ Точка А лежит на прямой

$B(13;0)$ $(13-9)^2+(0-3)^2=5^2$ $16+9=25$ Точка Влежит на окружности

$2\cdot13+3\cdot0-33=0$ $26-33\neq0$ Точка Вне лежит на прямой (6 б)

7. **Решение.**

Точка пересечения с осью абсцисс имеет ординату 0. Подставляя в уравнение прямой y = 0, находим x = 2.

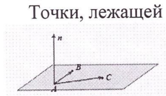
Ответ: 2. (1 б)

Решение.

Указание

Для того, чтобы составить уравнение плоскости, нужно знать координаты

Точки, лежащей в этой плоскости, и координаты нормали, то есть вектора, перпендикулярного плоскости.



Векторы AB = (-3; 3; -3) и AC = (-6; 2; -2) параллельны данной плоскости, поэтому их векторное произведение или любой вектор, коллинеарный ему, является нормалью к плоскости.

$[\overline{AB},\overline{AC}]=\left\{\begin{vmatrix}3&-3\\2&-2\end{vmatrix};-\begin{vmatrix}-3&-3\\-6&-2\end{vmatrix};\begin{vmatrix}-3&3\\-6&2\end{vmatrix}\right\}=$

$=(0;\ 12;\ 12)=12(0;\ 1;\ 1).$

Выберем в качестве нормали **П** = (0; 1; 1), а точкой {X0; У0; Z0} будем считать точку B. Тогда уравнение плоскости имеет вид:

0·(X – 2) + 1·(Y – 2) + 1·(Z – 0) = 0, Y + Z – 2 = 0.

Ответ: Y + Z – 2 = 0. (6 б)

ЭТАЛОН ОТВЕТОВ
ВАРИАНТ №2

1. Длина вектора определяется следующим выражением:

$$\sqrt{(-10)^2 + 24^2} = 26$$

Ответ: 26.

2. Длина вектора определяется следующим выражением:

$$\sqrt{(2-8)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{40}$$

Поэтому $\sqrt{40}^2 = 40$

Ответ 40

3.Решение. Если опустить из точки А перпендикуляр на ось абсцисс, то получится прямоугольный треугольник. Длина

OA=$\sqrt{(6-0)^2 + (8-0)^2} = 10$

Поскольку угол находится в первой четверти, синус этого угла положителен:

$$\cos\alpha = \frac{6}{10} = 0,6$$

Ответ 0,6

Решение.

Координаты точки, делящей отрезок пополам, считаются по формуле:

$$x = \frac{6+(-2)}{2}, y = \frac{8+2}{2} = 5$$

Ответ: 5.

Решение:

Известны длины векторов и угол между ними, т.е. следует использовать формулу

$(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\varphi)$

Подставим:

$(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\varphi) = 3 \cdot 1 \cdot \cos(45^\circ) = 2\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

Замечание: угол между векторами острый – скалярное произведение положительно.

Ответ: $\sqrt{2}$

Решение.

Чтобы увидеть, принадлежит ли данная точка окружности, прямой или любой другой линии, заданной уравнением, не нужно строить изображение этой линии и отмечать сами точки. Достаточно просто подставить координаты точки в уравнение линии. Сама идея уравнения линии: все точки, координаты которых удовлетворяют этому уравнению, принадлежат линии, остальные – нет:

$C(6;7)\ (6-9)^2 + (7-3)^2 = 5^2\ \ 16 + 9 = 25$

Точка С лежит на окружности.

$2 \cdot 6 + 3 \cdot 7 - 33 = 0\ \ 12 + 21 - 33 = 0$

Точка С лежит на прямой. Попутно получили, что точка С – точка пересечения (или точка касания) прямой и окружности

$D(2;4)\ (2-9)^2 + (4-3)^2 = 5^2\ \ 49 + 1 \neq 25$

Точка D не лежит на окружности.

$2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 - 33 = 0\ \ 4 + 12 - 33 \neq 0$

Точка Dне лежит на прямой.

7. **Решение.**

Данная прямая проходит через точки (0; y) и (x; 0). Тогда подставляя эти точки в исходное уравнение прямой, получаем x = 2, y = 3

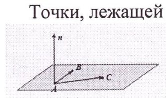
Ответ: 3.

8. Решение.

Указание

Для того, чтобы составить уравнение плоскости, нужно знать координаты

Точки, лежащей в этой плоскости, и координаты нормали, то есть вектора, перпендикулярного плоскости.



Векторы AB = (-3; 3; -3) и AC = (-6; 2; -2) параллельны данной плоскости, поэтому их векторное произведение или любой вектор, коллинеарный ему, является нормалью к плоскости.

$$[\overline{AB}, \overline{AC}] = \left\{ \begin{vmatrix} 3 & -3 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}; -\begin{vmatrix} -3 & -3 \\ -6 & -2 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} -3 & 3 \\ -6 & 2 \end{vmatrix} \right\} =$$
$$= (0;\ 12;\ 12) = 12(0;\ 1;\ 1).$$

Выберем в качестве нормали **П** = (0; 1; 1), а точкой {X0; У0; Z0} будем считать точку B. Тогда уравнение плоскости имеет вид:

$0 \cdot (X - 2) + 1 \cdot (Y - 2) + 1 \cdot (Z - 0) = 0$, $Y + Z - 2 = 0$.

Ответ: $Y + Z - 2 = 0$.